6.ª CLASSE
MATEMÁTICA

6.ª classe

Matemática

ACTUALIZAÇÃO CURRICULAR

Texto Editores

6.ª classe

Matemática

ACTUALIZAÇÃO CURRICULAR

Texto Editores

Título
Matemática – 6.ª classe

Autoras
Isabel Ferreira do Nascimento
Wandanda Mbanza João

Colaboração e Revisão
Cungatiquilo Cano

Revisão
Cungatiquilo Cano
José Eduardo Deibona

Editor
Texto Editores, Lda. – Angola

Capa e Design Gráfico
Mónica Dias

Imagens
© Shutterstock

Pré-impressão
LeYa, S.A.

Impressão e Acabamentos
Texto Editores, Lda.

Morada
Talatona Park, Rua 9 – Fracção A12
Talatona, Samba • Luanda • Angola

Telefone
(+244) 924 068 760

E-mail
info@textoeditores.ao

Luanda, 2018 · 1.ª Edição · 1.ª Tiragem

Registado na Biblioteca Nacional de Angola sob o n.º 8482/2018

Estimados Alunos, Professores, Gestores da Educação e Parceiros Sociais

A educação é um fenómeno social complexo e dinâmico, presente em todas as eras da civilização humana. É efectivada nas sociedades pela participação e colaboração de todos os agentes e agências de socialização. Como resultado, os membros das sociedades são preparados de forma integral para garantir a continuidade e o desenvolvimento da civilização humana, tendo em atenção os diferentes contextos sociais, económicos, políticos, culturais e históricos.

Actualmente, a educação escolar é praticamente uma obrigação dos Estados que consiste na promoção de políticas que assegurem o ensino, particularmente para o nível obrigatório e gratuito. No caso particular de Angola, a promoção de políticas que assegurem o ensino obrigatório gratuito é uma tarefa fundamental atribuída ao Estado Angolano (art. 21.º g) da CRA[1]). Esta tarefa está consubstanciada na criação de condições que garantam um ensino de qualidade, mediante o cumprimento dos princípios gerais de Educação. À luz deste princípio constitucional, na Lei de Bases do Sistema da Educação e Ensino, a educação é entendida como um processo planificado e sistematizado de ensino e aprendizagem, visa a preparação integral do indivíduo para as exigências da vida individual e colectiva (art. 2 n.º 1, da Lei n.º 17/16 de 7 de Outubro). O cumprimento dessa finalidade requer, da parte do Executivo e dos seus parceiros, acções concretas de intervenção educativa, também enquadradas nas agendas globais 2030 das Nações Unidas e 2063 da União Africana.

Para a concretização destes pressupostos sociais e humanistas, o Ministério da Educação levou a cabo a revisão curricular efectivada mediante Correcção e Actualização dos planos curriculares, programas curriculares, manuais escolares, documentos de avaliação das aprendizagens e outros, das quais resultou a produção dos presentes materiais curriculares. Este acto é de suma importância, pois é recomendado pelas Ciências da Educação e pelas práticas Pedagógicas que os materiais curriculares tenham um período de vigência, findo o qual deverão ser corrigidos ou substituídos. Desta maneira, os materiais colocados ao serviço da educação e do ensino acompanham e se adequam à evolução das sociedades, dos conhecimentos científicos, técnicos e tecnológicos.

[1] CRA: Constituição da República de Angola

Neste sentido, os novos materiais curriculares, ora apresentados, são documentos indispensáveis para a organização e gestão do processo de ensino-aprendizagem, esperando que estejam em conformidade com os tempos, os espaços e as lógicas dos quotidianos escolares, as necessidades sociais e educativas, os contextos e a diversidade cultural da sociedade angolana.

A sua correcta utilização pode diligenciar novas dinâmicas e experiências, capazes de promover aprendizagens significativas porque activas, inclusivas e de qualidade, destacando a formação dos cidadãos que reflictam sobre a realidade dos seus tempos e espaços de vida, para agir positivamente com relação ao desenvolvimento sustentável das suas localidades, das regiões e do país no geral. Com efeito, foram melhorados nos anteriores materiais curriculares em vigor desde 2004, isto é, a nível dos objectivos educacionais, dos conteúdos programáticos, dos aspectos metodológicos, pedagógicos e da avaliação ao serviço da aprendizagem dos alunos.

Com apresentação dos materiais curriculares actualizados para o triénio 2019--2021, enquanto se trabalha na adequação curricular da qual se espera a produção de novos currículos, reafirmamos a importância da educação escolar na vida como elemento preponderante no desenvolvimento sustentável. Em decorrência deste facto, endereçamo-nos aos alunos, ilustres Docentes e Gestores da Educação envolvidos e comprometidos com a educação, votos de bom desempenho académico e profissional, respectivamente. Esperamos que tenham a plena consciência da vossa responsabilidade na utilização destes materiais curriculares.

Para o efeito, solicitamos veementemente a colaboração das famílias, mídias, sociedade em geral, apresentados na condição de parceiros sociais na materialização das políticas educativas do Estado Angolano, esperando maior envolvimento no acompanhamento, avaliação e contribuições de várias naturezas para garantir a oferta de materiais curriculares consentâneos com a prática internacional e assegurar melhoria da qualidade do processo de ensino-aprendizagem.

Desejamos sucessos e êxitos a todos, na missão de educar Angola.

Maria Cândida Pereira Teixeira

MINISTRA DA EDUCAÇÃO

Introdução

Os conteúdos seleccionados para esta classe visam adaptar o aluno ao desenvolvimento e progresso com diferentes motivações, interesses, capacidades e conhecimentos; criando condições para a sua inserção num mundo em mudança.

Para melhor compreensão, iremos tratar os seguintes conteúdos:

Números e operações

Multiplicação de números inteiros e números decimais; decomposição de números naturais em factores primos na forma potencial; critérios de divisibilidade por 10, 5 e 2; cálculo de m.m.c. e de m.d.c. de dois ou mais números naturais; números racionais, adição e subtracção de fracções; divisão de números em forma de fracções; expressões numéricas e respectivas propriedades.

Geometria

Paralelogramo; triângulo; eixo de simetria; bissectriz de um ângulo; área de círculo; medição de volumes cilíndricos; área do triângulo; área do paralelogramo.

Proporcionalidade

Proporções, percentagens, gráficos circulares, escala. Esclarece-se que, nesta classe, a ordem de apresentação dos conteúdos é linear; isto quer dizer que os conteúdos se encontram em «blocos» e essa é a ordem lógica por que devem ser tratados.

Estatística

Noções elementares de estatística: a média aritmética, a moda, a mediana, tabelas e gráficos.

Índice

Tema 1 • Números e operações

Tema 2 • Geometria

Tema 3 • Proporcionalidade

Tema 4 • Noção de Estatística

Tema 1

Números e operações

1.1 Multiplicação de números inteiros e de números decimais

Como deves estar recordado para multiplicar um número inteiro por 10, 100 ou 1000 acrescentam-se 1, 2 ou 3 zeros à sua direita.

Exemplo:

$25 \times 10 = 250$

$25 \times 100 = 2500$

$25 \times 1000 = 25000$

Para multiplicar um número decimal por 10, 100 ou 1000 desloca-se a vírgula 1, 2 ou 3 casas para a direita. Se necessário acrescentam-se zeros.

Exemplo:

$2{,}5 \times 10 = 25$

$83{,}5 \times 100 = 8350$

$0{,}0005 \times 1000 = 0{,}5$

Observa agora a conversa entre os dois amigos.

Repara: $4 \times 0{,}3 = 0{,}3 + 0{,}3 + 0{,}3 + 0{,}3$

Se $0{,}3 + 0{,}3 + 0{,}3 + 0{,}3 = 1{,}2$

Então: $4 \times 0{,}3 = 1{,}2$

E se fosse $3 \times 4{,}5 = 4{,}5 + 4{,}5 + 4{,}5$

$4{,}5 + 4{,}5 + 4{,}5 = 13{,}5$

Então: $3 \times 4{,}5 = 13{,}5$

Multiplicação de um número inteiro por um número decimal

Na multiplicação de um número inteiro por um número decimal, multiplicam-se os números como se fossem inteiros.
O produto da multiplicação tem tantas casas decimais como o número decimal.

Vejamos agora algumas situações práticas.

A Dona Anita viu numa loja um tecido bonito e quer fazer uma surpresa às suas duas irmãs.

Quantos metros de tecido terá de comprar a Dona Anita para fazer 2 saias, se para cada saia precisar de 1,5 m?

R.: ___

Calcula mentalmente.

a) $6 \times 2,5 =$

b) $2,8 \times 10 =$

c) $5,5 \times 2 =$

d) $19 \times 0,5 =$

e) $2,5 \times 4 =$

f) $0,15 \times 5 =$

É possível que tenhas encontrado dificuldade em determinar os resultados de alguns exercícios. Mas nas classes anteriores já estudaste alguns procedimentos para este tipo de cálculo.

Por exemplo:

- Para a alínea a), basta ignorar a vírgula e calcular $6 \times 25 = 150$.

  E como no exercício $6 \times 2, 5$ há uma casa decimal, então temos: $6 \times 2,5 = 15,0$, ignorando o 0. Então $6 \times 2,5 = 15$. O mesmo podes fazer para as outras alíneas.

- Para a alínea b) também estudaste nas classes anteriores que, ao multiplicarmos um número decimal por 10, 100, 1000, etc., a vírgula desloca-se à direita tantas casas decimais, quantos os zeros.

  Então $2,8 \times 10 = 28$. A vírgula desaparece.

Vamos praticar agora estes procedimentos.

A Dona Maria colocou uma renda à volta de uma toalha com a configuração da figura abaixo apresentada.

Quanto gastou ela, se cada metro de renda custou 15 000 kz?

R.: ____

Observa os produtos.

- $0{,}6 \times 3 = 1{,}8$
- $3 \times 0{,}6 = 1{,}8$
- $5{,}2 \times 8 = 41{,}6$
- $8 \times 5{,}2 = 41{,}6$

Certamente observaste que o produto não se altera se trocarmos a ordem dos factores.
A isto chama-se **propriedade comutativa da multiplicação**.

1. Resolve:
   - $4{,}5 \times 6 =$
   - $6 \times 4{,}5 =$
   - $8{,}3 \times 5 =$
   - $5 \times 8{,}3 =$
   - $7{,}9 \times 2 =$
   - $2 \times 7{,}9 =$
2. Completa utilizando a propriedade comutativa da multiplicação.
   - $16{,}6 \times 4 = 4 \times$ ________
   - $25{,}1 \times$ ________ $= 5 \times 25{,}1$
   - $3{,}15 \times 2 =$ ________ $\times 3{,}15$
   - ________ $\times 9{,}6 = 7 \times$ ________

Já conheces também outra propriedade: a **propriedade associativa da multiplicação**, ou seja, os factores podem ser associados de maneira diferente que o produto não se altera.

Repara:

$(1{,}6 \times 8)$ ________ $=$ ________ $\times (8 \times 4)$

$(2{,}3 \times$ ________$) \times 5 = 2{,}3 \times (10 \times$ ________$)$

O cálculo de produto torna-se mais simples se utilizarmos a propriedade associativa da multiplicação.

Observa e completa, como nos exemplos.

$$1{,}5 \times 1{,}2 \times 4 \times 2 =$$
$$= (1{,}5 \times 2) \times (1{,}2 \times 4)$$
$$= 3 \times 4{,}8$$
$$= 14{,}4$$

Nota: Como na multiplicação a ordem de factores não altera o resultado, no exercício acima foi necessário agrupar os factores que facilitam o cálculo do seu produto. Ou seja:

$$1{,}5 \times 1{,}2 \times 4 \times 2 =$$
$$= (1{,}5 \times 2) \times (1{,}2 \times 4)$$
$$= 3 \times 4{,}8$$
$$= 14{,}4$$

Observação: Este agrupamento foi assim feito porque facilmente calculamos 1,5 × 2 e 1,2 × 4, pois 15 × 2 = 30 e 12 × 4 = 48, como já referimos nos primeiros exemplos de cálculo mental.

$$3{,}1 \times 3 \times 0{,}2 \times 5 = (3{,}1 \times 3) \times (0{,}2 \times 5)$$
$$= 9{,}3 \times 1$$
$$= 9{,}3$$

Agora completa de forma a facilitar os cálculos:

- 8 × 7 × 9 × 5 = (8 × 5) × (__________ × __________)

= __________ × __________

= __________

- 18 × 6 × 9 × 3 = (__________ × __________) × (__________ × __________)

= __________ × __________

= __________

Multiplicação de um número decimal por outro decimal

Para multiplicarmos um número decimal por outro número decimal usamos o mesmo procedimento que para multiplicar um número inteiro por um número decimal. Apenas é diferente a colocação da vírgula no produto da multiplicação: é necessário contar as casas decimais dos dois factores.

Repara:

Neste caso, a vírgula desloca-se, para a esquerda, duas casas decimais.

$$3{,}5 \times 8{,}3 = 29{,}05$$

Resolve as seguintes operações:

- $2{,}5 \times 2{,}5 =$
- $3{,}2 \times 9{,}9 =$
- $4{,}8 \times 5{,}5 =$
- $3{,}9 \times 6{,}6 =$
- $3{,}2 \times 5{,}4 =$
- $3{,}7 \times 8{,}5 =$

Multiplicação de números decimais por 10, 100, 1000

Para multiplicar um número decimal por 10, 100, 1000, etc, a vírgula desloca-se à direita tantas casas decimais, quantos os zeros.

Então:

$3{,}8 \times 10 = 38$: a vírgula desaparece.

$45{,}123 \times 10 = 451{,}23$: a vírgula desloca-se à direita mais uma casa decimal.

$23{,}45 \times 100 = 2345$: a vírgula desaparece.

$145{,}4567 \times 100 = 14545{,}\ 67$: a vírgula desloca-se duas casas à direita da vírgula.

$12{,}\ 654 \times 1000 = 12654$: a vírgula desaparece.

$1{,}91289 \times 1000 = 1912{,}\ 89$: a vírgula desloca-se três casas decimais.

1. Multiplica os números decimais por 10.

- 23,10
- 32,129
- 123,4578
- 0,478

2. Multiplica os números decimais por 100

- 90,123
- 906,12348
- 109,8769
- 178,65438

3. Multiplica os números decimais por 1000.

- 45,09785
- 540,987653
- 0,45908
- 978,123450

Propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição e à subtracção

Quando pretendes simplificar ou calcular o valor numérico de expressões que envolvem a multiplicação, a adição e a subtracção podes aplicar propriedades para facilitar o cálculo.

A Mónica tem 2 irmãos.

Deu a cada um deles 3 rebuçados e 4 pastilhas.

No total, quantas guloseimas deu a Mónica?

1.° Passo

Observa como é fácil calcular.

Número total de guloseimas:

$3 + 4 =$ ______

$2 \times (3 + 4) =$ ______ $\times$ ______

$=$ ______

2.° Passo

Número total de guloseimas para os dois irmãos:

$2 \times 3 =$ ______

Número total de pastilhas para os dois irmãos:

$2 \times 4 =$ ______

Número total de guloseimas e de pastilhas para os dois irmãos:

$2 \times 3 + 2 \times 4 =$ ______ $+$ ______

Concluímos então que:

$$2 \times (3 + 4) = 2 \times 3 + 2 \times 4$$

A Mariana comprou 5 pêras e 3 maçãs para levar para o hospital.

Cada fruta custou 50 kwanzas. Quanto pagou a Mariana pelas frutas?

1.° Passo

O número total de frutas:

$5 + 3 =$ ______

Quantia a pagar:

$(5 + 3) \times 50 =$ ______ $\times$ ______

2.º Passo

Quantia total a pagar pelas pêras:

$5 \times 50 =$ ___________

Quantia total a pagar pelas maçãs:

$3 \times 50 =$ ___________

Quantia total a pagar pelas frutas:

$5 \times 50 + 3 \times 50 =$ ___________ + ___________ = ___________

Concluímos então que:

> $(5 + 3) \times 50 = 5 \times 50 + 3 \times 50$
> Esta propriedade chama-se **propriedade distributiva** da multiplicação em relação à **adição**. O produto de um número por uma soma é igual à soma dos produtos desse número por cada uma das parcelas.

Será que a multiplicação também é **distributiva** em relação à **subtracção**?

Observa:

A Nanda comprou 4 cadeiras no armazém, cujo preço era de 15 000 kz cada. No entanto, foi feito um desconto de 200 kz por cada cadeira. Quanto pagou a Nanda?

«Contas» feitas pela Nanda.

Quantia a pagar por cada cadeira: 15 000 kz – 200 kz

Quantia a pagar pelas 4 cadeiras:

4 cadeiras $= 4 \times (15\,000 - 200) =$ ___________ $\times$ ___________ = ___________

- Preços das cadeiras sem descontos: $4 \times 15\,000 =$ ___________
- Total dos descontos: $4 \times 200 =$ ___________
- Total a pagar: $4 \times 15\,000 - 4 \times 200 =$ ___________ – ___________ = ___________

Neste caso, concluímos que:

> $4 \times (15\,000 - 200) = 4 \times 15\,000 - 4 \times 200$
> Concluímos que a multiplicação também é **distributiva** em relação à **subtracção**. O produto de um número por uma diferença é igual à diferença entre o produto do número pelo aditivo e o produto do número pelo subtractivo.

Exercícios

1. Calcula como o exemplo:

$$6 \times (9 - 5) = 6 \times 9 - 6 \times 5$$
$$= 54 - 30$$
$$= 24$$

a) $16 \times (10 - 7) = (\_\_\_\_\_\_ \times \_\_\_\_\_\_) - (\_\_\_\_\_\_ \times \_\_\_\_\_\_)$

$= \_\_\_\_\_\_ - \_\_\_\_\_\_ - \_\_\_\_\_\_$

$= \_\_\_\_\_\_$

b) $5{,}2 \times (6 + 4) = (\_\_\_\_\_\_ \times \_\_\_\_\_\_) + (\_\_\_\_\_\_ \times \_\_\_\_\_\_)$

$= \_\_\_\_\_\_ + \_\_\_\_\_\_$

$= \_\_\_\_\_\_$

c) $2{,}7 \times (13 - 10) = (\_\_\_\_\_\_ \times \_\_\_\_\_\_) - (\_\_\_\_\_\_ \times \_\_\_\_\_\_)$

$= \_\_\_\_\_\_ - \_\_\_\_\_\_$

$= \_\_\_\_\_\_$

d) $6{,}7 \times (9 + 7) = (\_\_\_\_\_\_ \times \_\_\_\_\_\_) + (\_\_\_\_\_\_ \times \_\_\_\_\_\_)$

$= \_\_\_\_\_\_ + \_\_\_\_\_\_$

$= \_\_\_\_\_\_$

2. Completa, usando a propriedade distributiva.

$5 \times (13 + 6) = \_\_\_\_\_\_ \times 13 + \_\_\_\_\_\_ \times 6$

Verificas que há um factor comum aos dois produtos. Este factor é o 5. Então, também podemos escrever:

$$5 \times 13 + 5 \times 6 = 5 \times (13 + 6)$$

3. Põe em evidência o factor comum.

a) $6 \times 9 + 6 \times 5$
b) $7 \times 93 + 16 \times 7$
c) $2{,}5 \times 5 + 0{,}8 \times 5$
d) $4{,}8 \times 2 + 4{,}8 \times 4$
e) $5{,}2 \times 6 - 5{,}2 \times 4$
f) $8 \times 3 + 8 \times 7$
g) $3 \times 24 + 9 \times 24$
h) $10 \times 2{,}3 - 3 \times 2{,}3$
i) $12 \times 3 + 1{,}2 \times 3$
j) $7{,}6 \times 9 + 9 \times 3$
k) $17 \times 4 + 4 \times 8$
l) $32 \times 8 + 14 \times 8$

1.2 Bases para operações com números racionais

Divisor de um número. Múltiplo de um número

Para fixar:
- Se **a**, **b** e **c** são números, de modo que **a** × **b = c**, então **a** e **b** chamam-se divisores de **c**.

Exemplos:

- $3 \times 5 = 15$

  Então, 3 e 5 são **divisores** de 15 e o número 15 é **múltiplo** de 3 e 5 ou é divisível por 3 e 5. O número 4 por exemplo, não é divisor de 15 porque não existe nenhum número inteiro multiplicado por 4 cujo produto seja 15.

- $1 \times 7 = 7$

  Então, 1 e 7 são divisores de 7; $1 \times 4 = 4$, então 1 e 4 são divisores de 4. Estes dois exemplos leva-nos a concluir que:

  - Qualquer número **a** tem o número **1** como seu divisor.
  - Qualquer número **a** tem o próprio **a** como seu divisor.

Vejamos agora o **conjunto de divisores** de alguns números inteiros.

Divisores de 3 = {1; 3}

Divisores de 12 = {1; 2; 3; 4; 6; 12}

Divisores de 17 = {1; 17}

Divisores de 9 = {1; 3; 9}

Divisores de 8 = {1; 2; 4; 8}

Números primos e números compostos

Um **número** chama-se **primo** se admitir dois e só dois divisores, o número 1 e o próprio número.

Verificamos que os números 3 e 17 só têm dois divisores, o número 1 e o próprio número. Esses números chamam-se **números primos**.

Os restantes números como 12, 9 e 8 chamam-se compostos porque admitem mais de dois divisores.

O número 1 admite apenas um divisor: ele próprio.

Indica todos os números primos compreendidos entre os seguintes números:

- 10 e 20
- 50 e 60
- 30 e 40
- 0 e 20
- 40 e 50
- 70 e 80

Qual é o maior número primo inferior a 20?

Diz o maior número primo compreendido entre 13 e 17.

Critérios de divisibilidade por 2

Observa o quadro seguinte e completa.

Número	7	16	23	39	72	92	45	144	60	113	40	17	98
Resto da divisão de 2													

Diz quais são os números que, divididos por 2, o resto é zero. Certamente verificaste que estes números terminam em 0, 2, 4, 6 e 8.

Um número é divisível por 2 quando o algarismo das unidades é 0, 2, 4, 6 e 8, se o número for par. Os outros números não são divisíveis por 2.

Critérios de divisibilidade por 3

Na tabela abaixo assinala com ✕ os números que são divisíveis por 3.

Números	24	83	72	46	92	642
Marca X						

1. Soma os algarismos dos números que são divisíveis por 3. Divide cada soma por 3.
2. Qual é resto em cada caso? Certamente concluíste que a soma dos algarismos destes números são divisíveis por três. Ou seja:
   - 24 é divisível por 3, pois, 2 + 4 = 6 e 6 é divisível por 3. Quer dizer, se a soma dos algarismos do número dado é divisível por 3, então o próprio número também é.

Um número é divisível por 3, se a soma dos seus algarismos é divisível por 3.

- O número 28 não é divisível por 3, pois 2 + 8 = 10 e o número 10 não é divisível por 3.

Critérios de divisibilidade por 10 e 5

Observa e completa o quadro seguinte.

Número	25	96	10	15	30	105	600	810
Resto da divisão por 10								

Diz quais os números que, ao dividirmos por 10, o resto é zero. Certamente verificaste que estes números terminam em zero.

Um número é divisível por 10 se o algarismo das unidades for 0.

Tal como na divisão por 10, 30, 660 e 810, os números também dão resto zero. Realizamos o mesmo raciocínio para encontramos um critério para a divisibilidade por 5.

Um número é divisível por 5 se o algarismo das unidades for 0 ou 5.

Utilizando os critérios de divisibilidade, marca com ✕ quais dos seguintes números são divisíveis por 2, por 5 ou por 10.

Número	2	5	10
924			
96 500			
4586			
3670			
265 300			

Decomposição de números inteiros em factores primos sob a forma de potência

Decomposição em factores primos

Para decompor um número em factores primos, começamos por dividi-lo por 2. Se o resultado obtido já for divisível por 2, então avança-se para o número primo seguinte.

Repara:

$30 = 2 \times 15$

$2 \times 3 \times 5$

$30 = 2 \times 3 \times 5$

ou

$$\begin{array}{r|l} 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$28 = 2 \times 14$

$2 \times 2 \times 7$

$28 = 2 \times 2 \times 7$

ou

$$\begin{array}{r|l} 28 & 2 \\ 14 & 2 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

O que verificaste?

Ao decompormos um número inteiro em factores de maneira que todos os factores sejam números primos, efectuamos uma decomposição em factores primos.

Decompõe como no exemplo:

$$\begin{aligned} 108 &= 2 \times 54 \\ &= 2 \times 2 \times 27 \\ &= 2 \times 2 \times 3 \times 9 \\ &= 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \\ 108 &= 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \end{aligned}$$

128 = ______________________________

50 = ______________________________

162 = ______________________________

Decomposição sob a forma de potência

Observa o exemplo anterior: $108 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3$

Nesta decomposição em factores primos, aparecem repetidos factores comuns que podemos escrever sob a forma potencial:

$2 \times 2 = \mathbf{2^2}$ (lê-se **dois ao quadrado**)

$3 \times 3 \times 3 = \mathbf{3^3}$ (lê-se **três ao cubo**)

Esta forma de escrever chama-se **potência**. Numa potência «$\mathbf{a^n}$» em que «**a**» é a base e «**n**» é o expoente, o expoente indica o número de factores iguais à base.

- Escreve agora os números dos exercícios anteriores sob a forma de potência.

Máximo divisor comum (m.d.c.). Mínimo múltiplo comum (m.m.c.)

Chama-se máximo divisor comum (**m.d.c**) de dois ou mais números ao maior número entre os divisores comuns dos números dados.

Chama-se mínimo múltiplo comum (**m.m.c**) de dois ou mais números ao menor número entre os múltiplos comuns dos números dados.

Para conhecermos o **m.d.c.** e o **m.m.c.**, podemos começar a organizar conjuntos de divisores.

Observa:

Escreve o conjunto de divisores comuns de 9 e 15.

$D_9 = \{1; 3; 9\}$

$D^{15} = \{1; 3; 5; 15\}$

{divisores comuns de 9 e 15} = {1; 3}

Certamente irás perguntar qual será o **m.d.c.**

Formamos, para cada um dos números dados, o conjunto dos respectivos divisores e, com base neste, determina-se o conjunto dos divisores comuns, sendo o seu elemento máximo o **m.d.c.**

No exemplo precedente, 3 é o **m.d.c.** de 9 e 15. Mas como calcular o máximo divisor comum?

Consideremos os números 18, 48 e 72.

1. Decompor em factores primos	$18 = 2 \times 3 \times 3$ $48 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$ $72 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$
2. Escrever os produtos sob a forma potencial	$18 = 2 \times 3^2$ $48 = 2^4 \times 3$ $72 = 2^3 \times 3^2$
3. Seleccionar os factores primos comuns (de menor expoente)	2 e 3
4. Formar o produto das potências seleccionadas	$2 \times 3 = 6$ m.d.c. (18, 48, 72) = 6

O máximo divisor comum (**m.d.c.**) de dois ou mais números é igual ao produto de factores comuns de menor expoente.

Consideremos agora os múltiplos comuns de 3 e 5.

Múltiplos de 3 = {3; 6; 9; 12; 15; 18; ...; 30; ...}

Múltiplos de 5 = {5; 10; 15; 20; 25; 30; ...}

Consideremos agora os múltiplos comuns dos números 3 e 5 = {15; 30; 45; ...}

Entre todos os múltiplos de 3 e 5, existe o menor múltiplo comum, que é 15.

Assim, **m.m.c. (3; 5) = 15**

Como calcular o mínimo múltiplo comum?

Consideremos ainda os números 27 e 40.

1. Decompor em factores primos	$27 = 3 \times 3 \times 3$ $40 = 2 \times 2 \times 2 \times 5$
2. Escrever os produtos sob a forma potencial	$27 = 3^3$ $40 = 2^4 \times 5$
3. Seleccionar os factores primos comuns (de maior expoente) e não comuns	2^3; 3^3 e 5
4. Formar o produto das potências seleccionadas	$2^3 \times 3^3 \times 5 = 1080$ m.d.c. (27, 40) = 1080

O mínimo múltiplo comum (**m.m.c.**) de dois ou mais números é o produto de factores comuns e não comuns de maior expoente.

1. Determina o m.d.c. dos seguintes números:

- 4; 9; 24
- 6; 34; 221

2. Determina por meio de decomposição em factores primos o m.m.c. dos seguintes números:

- 8; 10; 12
- 44; 78; 143
- 15; 18; 24

Ampliação e simplificação de fracções. Fracções equivalentes

Ampliação de fracções

Ampliar uma fracção é multiplicar os seus dois termos pelo mesmo número.

Observa as seguintes fracções:

$$\frac{3}{3};\ \frac{6}{4};\ \frac{12}{8} \text{ e } \frac{24}{16}$$

$$\frac{3 \times 2}{2 \times 2} = \frac{6 \times 2}{4 \times 2} = \frac{12 \times 2}{8 \times 2} = \frac{24}{16} \ldots$$

As fracções $\frac{6}{4} = \frac{12}{8} = \frac{24}{16}$ resultam da **ampliação** da fracção $\frac{3}{2}$.

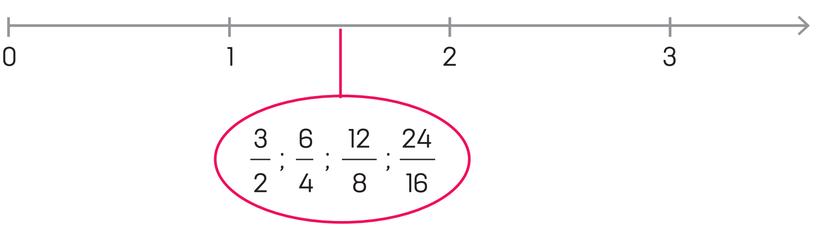
Essas fracções chamam-se fracções equivalentes.

Amplia as seguintes fracções por 2, 3 e 4:

- $\frac{1}{2}$
- $\frac{2}{6}$
- $\frac{3}{2}$

Se multiplicarmos os dois termos da fracção pelo mesmo número, obteremos uma fracção ampliada.

Vamos representar as fracções seguintes na semi-recta numérica: $\frac{3}{2}$; $\frac{6}{4}$; $\frac{12}{8}$ e $\frac{24}{16}$.



Neste caso, constata-se que várias fracções podem corresponder ao mesmo ponto da semi-recta numérica.

1. Amplia a fracção $\frac{3}{4}$ sucessivamente pelos números seguintes:
   - 4
   - 2
   - 12
   - 7
2. Representa as fracções $\frac{1}{2}$; $\frac{3}{4}$; 0,5; $\frac{7}{6}$; $\frac{6}{3}$ na semi-recta numérica.

Simplificação de fracções

Simplificar uma fracção é dividir os seus dois termos pelo mesmo número.

Observa as seguintes fracções:

$$\frac{24}{16};\ \frac{12}{8};\ \frac{6}{4};\ \frac{3}{2}$$

$$\frac{24}{16} : \frac{2}{3} = \frac{12}{8} : \frac{2}{2} = \frac{6}{4} : \frac{2}{2} = \frac{3}{2}$$

As fracções $\frac{12}{8}$; $\frac{6}{4}$; $\frac{3}{2}$ resultam da **simplificação** da fracção $\frac{24}{16}$ por 2.

Simplifica as seguintes fracções:

- $\frac{2}{4}$
- $\frac{16}{24}$
- $\frac{36}{48}$
- $\frac{12}{18}$
- $\frac{60}{90}$
- $\frac{140}{200}$

Se se efectuar a simplificação sucessiva às fracções $\frac{24}{16}$; $\frac{12}{8}$; $\frac{6}{4}$; por 2 obteremos a fracção $\frac{3}{2}$.

A fracção $\frac{3}{2}$ não pode mais ser simplificada, pois é uma fracção irredutível.

Uma fracção chama-se **irredutível** se os seus termos forem primos entre si.

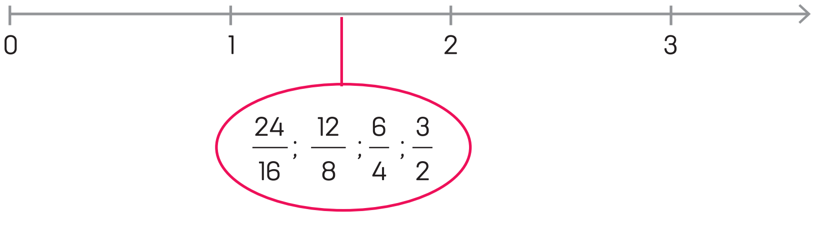
$$\frac{3}{5};\ \frac{2}{7};\ \frac{4}{9};\ \frac{3}{4}$$

Fracções equivalentes

Como sabes as fracções que resultam de uma ampliação são equivalentes.

As fracções $\frac{24}{16}$; $\frac{12}{8}$ e $\frac{6}{4}$ representam o mesmo número $\frac{3}{2}$ portanto são chamadas **fracções equivalentes**.

Vamos representar as fracções $\frac{24}{16}$; $\frac{12}{8}$; $\frac{6}{4}$; $\frac{3}{2}$ na semi-recta numérica.



Neste caso, constata-se que várias fracções podem corresponder ao mesmo ponto da semi-recta numérica.

Uso do máximo divisor comum para a simplificação de fracções

A simplificação de fracções cujos termos são muito grandes torna a divisão sucessiva dos termos mais fastidiosa.

Vamos usar o máximo divisor comum para simplificar as fracções.

Exemplo: para simplificar a fracção $\frac{105}{140}$ decompomos em factores primos:

$105 = 21 \times 5 = 3 \times 7 \times 5 = 3 \times 5 \times 7$

$140 = 14 \times 10 = 2 \times 7 \times 2 \times 5 = 2^2 \times 5 \times 7$

m.d.c. $(105; 140) = 5 \times 7 = 35$

$$\begin{array}{r|l} 105 & 2 \\ 35 & 5 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

$105 = 3 \times 5 \times 7$

$$\begin{array}{r|l} 140 & 2 \\ 70 & 2 \\ 35 & 5 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

$140 = 2^2 \times 5 \times 7$

Dividimos os termos da fracção pelo m.d.c. (105; 140 = 35) $\frac{105}{140} : \frac{35}{35} = \frac{3}{4}$

Simplifica agora as seguintes fracções (usando o m.d.c.)

- $\frac{36}{90}$
- $\frac{153}{432}$
- $\frac{600}{630}$
- $\frac{300}{180}$

Exercícios

1. Representa no teu caderno as fracções $\frac{12}{8}$; $\frac{1}{2}$; $\frac{4}{3}$ e $\frac{56}{8}$ na semi-recta numérica.

2. Escreve algumas fracções equivalentes a:

a) $\frac{1}{3}$ **d)** $\frac{4}{5}$ **g)** $\frac{5}{10}$

b) $\frac{2}{9}$ **e)** $\frac{12}{6}$ **h)** $\frac{14}{15}$

c) $\frac{13}{5}$ **f)** $\frac{3}{9}$ **i)** $\frac{21}{22}$

3. Demonstra que as fracções são equivalentes, representando-as na semi-recta numérica.

a) $\frac{1}{3} = \frac{3}{9}$ **b)** $\frac{2}{5} = \frac{4}{10}$ **c)** $\frac{1}{4} = \frac{3}{12}$

4. Completa as equivalências.

a) $\frac{2}{3} = \frac{8}{\quad}$ **b)** $\frac{1}{4} = \frac{\quad}{12}$ **c)** $\frac{2}{5} = \frac{\quad}{40}$ **d)** $\frac{1}{\quad} = \frac{12}{36}$

5. Simplifica.

a) $\frac{5}{15} =$ **c)** $\frac{12}{48} =$ **e)** $\frac{36}{72} =$ **g)** $\frac{16}{18} =$

b) $\frac{14}{28} =$ **d)** $\frac{48}{96} =$ **f)** $\frac{72}{360} =$ **h)** $\frac{90}{900} =$

6. Determina as fracções equivalentes a $\frac{7}{9}$ cujos numeradores estão compreendidos entre 34 e 95.

7. Simplifica as seguintes fracções (usando o m.d.c).

a) $\frac{328}{20}$ **c)** $\frac{620}{320}$

b) $\frac{56}{38}$ **d)** $\frac{250}{75}$

1.3 Operações com números racionais

Adição e subtracção de fracções de diferentes denominadores

Adição e subtracção de fracções com o mesmo denominador

Vais agora recordar como adicionar e subtrair fracções com o mesmo denominador.

A Isabel comprou uma tablete de chocolate que dividiu em 5 partes iguais.

No primeiro dia comeu $\frac{1}{5}$ e no segundo dia $\frac{3}{5}$. Qual é a parte de chocolate que a Isabel comeu nos dois dias?

Para resolver este problema, vamos adicionar as duas fracções.

$$\frac{1}{5} + \frac{3}{5} = \frac{1+3}{5} = \frac{4}{5}$$

Conhecendo a parte de chocolate que a Isabel comeu, podemos calcular a parte que ficou.

Já se sabe que o chocolate foi dividido em 5 partes iguais ou $\frac{5}{5}$.

A parte de chocolate que ficou é igual a $\frac{5}{5} - \frac{4}{5} = \frac{1}{5}$

Para adicionar fracções de igual denominador, somam-se os numeradores, mantendo-se o denominador comum.

$$\frac{3}{7} + \frac{2}{7} = \frac{3+2}{7} = \frac{5}{7}$$

$$\frac{1}{8} + \frac{3}{8} + \frac{2}{8} = \frac{1+3+2}{8} = \frac{6}{8}$$

Para subtrair fracções de igual denominador, subtraem-se os numeradores, mantendo-se o denominador comum.

$$\frac{4}{5} - \frac{2}{5} = \frac{4-2}{5} = \frac{2}{5}$$

$$\frac{15}{22} - \frac{9}{22} = \frac{15-9}{22} = \frac{6}{22}$$

Exercícios

1. A Joana recebeu uma barra de sabão perfumado, que cortou em 10 partes iguais. Já gastou 3 dessas partes. Com quantas ficou?

Aplica a subtracção de fracções com o mesmo denominador.

2. Calcula as somas ou diferenças das fracções seguintes:

A

a) $\frac{2}{4} - \frac{1}{4}$

b) $\frac{15}{13} - \frac{4}{13}$

c) $\frac{15}{13} + \frac{4}{13}$

d) $\frac{17}{15} + \frac{18}{15}$

e) $\frac{8+2}{15} + \frac{4}{15}$

f) $\frac{1}{7} + \frac{2}{7} + \frac{3}{7}$

g) $\frac{23}{25} - \frac{12}{25}$

h) $\frac{29}{53} - \frac{20}{53}$

i) $\frac{22}{12} - \frac{11}{12} - \frac{10}{12}$

j) $\frac{101}{344} - \frac{99}{344}$

k) $\frac{32}{63} - \frac{17}{63}$

l) $\frac{138}{19} - \frac{102}{19} - \frac{14}{19}$

B

a) $\frac{13}{5} + \frac{2}{5} + \frac{4}{5}$

b) $\frac{10}{6} + \frac{9}{6} - \frac{16}{6}$

c) $\frac{205}{120} + \frac{150}{120} - \frac{90}{120}$

d) $\frac{10}{6} + \frac{9}{6} + \frac{16}{6}$

e) $\frac{697}{173} - \frac{45}{173} + \frac{28}{173}$

3. Completa com a fracção que falta.

a) $\frac{9}{7} + \_\_\_ = \frac{15}{7}$

b) $\frac{18}{25} = \_\_\_ + \frac{8}{25}$

c) $\frac{13}{9} - \_\_\_ = \frac{5}{9}$

d) $\frac{19}{15} - \_\_\_ = \frac{7}{15}$

e) $\frac{4}{9} - \_\_\_ = \frac{1}{9}$

f) $\frac{1}{4} + \_\_\_ + \frac{1}{4} = \frac{4}{4}$

g) $\frac{6}{15} + \_\_\_ + \frac{2}{15} = \frac{15}{15}$

h) $\_\_\_ - \frac{3}{11} = \frac{11}{11}$

i) $\_\_\_ + \frac{9}{29} = \frac{22}{29}$

j) $\frac{22}{32} - \frac{\_\_\_}{32} = \frac{8}{32}$

Adição e subtracção de fracções com denominadores diferentes

Agora que recordaste a adição e sutracção de fracções com o mesmo denominador, como fazer as mesmas operações com diferentes denominadores?

Vamos ver estes exemplos:

$$\frac{3}{2} + \frac{5}{7} = \qquad\qquad \frac{8}{10} - \frac{2}{5} =$$

Já aprendeste a transformar as fracções noutras equivalentes.

Vamos transformar essas fracções em fracções equivalentes, ampliando-as, de modo a obter fracções com denominadores iguais.

$$\frac{3}{2} = \frac{6}{4} = \frac{9}{6} = \frac{12}{8} = \frac{15}{10} = \frac{18}{12} = \frac{21}{14} \ldots$$

$$\frac{5}{7} = \frac{10}{14}$$

As fracções $\frac{3}{2} = \frac{21}{14}$ são equivalentes.

De modo igual, $\frac{5}{7}$ é equivalente a $\frac{10}{14}$; $\frac{21}{14}$ e $\frac{10}{14}$ têm o mesmo denominador.

Assim, $\frac{3}{2} + \frac{5}{7} = \frac{21}{14} + \frac{10}{14} = \frac{21 + 10}{14}$

Para adicionar fracções com denominadores diferentes, deve-se:

- reduzir as fracções ao mesmo denominador;
- calcular a soma dos numeradores, mantendo o denominador comum.

De igual modo, para subtrair fracções com denominadores diferentes, deve-se:

- reduzir as fracções ao mesmo denominador;
- calcular a diferença dos numeradores, mantendo o denominador comum.

Exercícios

1. Calcula estas somas e diferenças de subtracções com denominadores diferentes.

a) $\frac{2}{3} + \frac{1}{2} =$ **d)** $\frac{5}{7} + \frac{8}{14} =$ **g)** $\frac{3}{4} - \frac{1}{2} =$ **j)** $\frac{10}{5} - \frac{6}{7} =$

b) $\frac{2}{5} + \frac{3}{4} + \frac{1}{2} =$ **e)** $\frac{7}{8} - \frac{5}{12} =$ **h)** $\frac{5}{6} - \frac{3}{8} =$ **k)** $\frac{2}{8} + \frac{8}{2} =$

c) $\frac{3}{4} - \frac{2}{7} =$ **f)** $\frac{15}{8} + \frac{6}{9} =$ **i)** $\frac{1}{4} + \frac{5}{6} =$ **l)** $\frac{8}{6} - \frac{3}{8} =$

2. Calcula a soma das seguintes fracções:

$$\frac{16}{21} + \frac{12}{35} =$$

Se os denominadores tiverem grandes números, temos de achar o m.m.c. dos denominadores.

$$\text{m.m.c.}\ (21, 35) = 105$$

Assim:

$$\underset{(\times 5)}{\frac{16}{21}} = \frac{80}{105} \quad \text{e} \quad \underset{(\times 3)}{\frac{12}{35}} = \frac{36}{105}$$

$$\frac{16}{21} + \frac{12}{35} = \frac{80}{105} + \frac{36}{105} = \frac{116}{105}$$

De modo igual, para calcular $\frac{16}{21} - \frac{12}{35}$, procedemos como no caso anterior.

$$\text{m.m.c.}\ (21, 35) = 105\text{, logo:}$$

$$\underset{(\times 5)}{\frac{16}{21}} = \frac{80}{105} \quad \text{e} \quad \underset{(\times 3)}{\frac{12}{35}} = \frac{36}{105}$$

$$\frac{16}{21} - \frac{12}{35} = \frac{80}{105} - \frac{36}{105} = \frac{44}{105}$$

3. Utilizando o m.m.c., calcula a soma ou a diferença dos dois números seguintes.

a) $\frac{5}{12} + \frac{13}{8}$ **d)** $\frac{11}{6} + \frac{2}{21}$ **g)** $\frac{4}{27} - \frac{5}{36}$

b) $\frac{12}{20} - \frac{8}{15}$ **e)** $\frac{17}{66} + \frac{3}{44} - \frac{2}{33} - \frac{7}{55}$ **h)** $\frac{39}{40} + \frac{49}{30}$

c) $\frac{11}{24} + \frac{17}{36} + \frac{7}{81}$ **f)** $\frac{4}{7} + \frac{1}{6} + \frac{5}{14} + \frac{16}{21} + \frac{1}{3} + \frac{17}{8}$ **i)** $\frac{35}{91} - \frac{25}{65}$

Adição e subtracção de fracções representadas sob a forma mista

Para adicionar ou subtrair fracções representadas sob a forma mista, deve-se:

- adicionar ou subtrair partes inteiras das fracções;
- adicionar ou subtrair as fracções.

Exemplo:

- $3\frac{1}{2} + 10\frac{3}{5} =$

  $(3 + 10) + \frac{1}{2} + \frac{3}{5}$ m.m.c $(2, 5) = 10$

  $13 + \underset{(\times 5)}{\frac{1}{2}} + \underset{(\times 2)}{\frac{3}{5}} = 13 + \frac{5}{10} + \frac{6}{10} = 13\frac{5 + 6}{10} = 14\frac{1}{10}$

- $7\frac{3}{4} + 5\frac{4}{5} = (7 + 5) + \frac{3}{4} + \frac{4}{5}$

  $= 12 + \frac{15 + 16}{20}$

  $= 12\frac{31}{20}$

  $= 13\frac{11}{20}$

- $9\frac{13}{8} - 5\frac{4}{7} = (9 - 5) + \frac{13}{8} - \frac{4}{7}$

  $= 4 + \frac{91 - 32}{56}$

  $= 4\frac{59}{56}$

ou

- $9\frac{13}{8} - 5\frac{4}{7} = \frac{85}{8} - \frac{39}{7}$

  $= \frac{595 - 312}{56}$

  $= \frac{283}{56}$

Calcula.

- $5\frac{1}{3} + 2\frac{1}{7}$
- $6\frac{5}{9} - 7\frac{2}{7}$
- $1\frac{1}{4} - \frac{1}{5}$
- $10\frac{6}{15} + 8\frac{12}{60}$
- $7\frac{45}{50} + 5\frac{14}{28}$
- $18\frac{5}{75} + 20\frac{35}{210}$
- $9 - 6\frac{3}{5}$
- $4\frac{7}{4} - 3$
- $3\frac{1}{5} - 2\frac{1}{6}$
- $21 + \frac{9}{10}$

Propriedades da adição de números fraccionários

Propriedade associativa

A soma $\frac{2}{5} + \frac{3}{4} + \frac{5}{12}$ pode calcular-se da seguinte forma:

$$\frac{2}{5} + \frac{3}{4} + \frac{5}{12} = \left(\frac{2}{5} + \frac{3}{4}\right) + \frac{5}{12} =$$
$$= \left(\frac{8 + 15}{20}\right) + \frac{5}{12}$$
$$= \frac{23}{20} + \frac{5}{12}$$
$$= \frac{69 + 25}{60} = \frac{94}{60}$$

ou

$$\frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \frac{5}{12} = \frac{2}{5} + \left(\frac{3}{4} + \frac{5}{12}\right)$$
$$= \frac{2}{5} + \left(\frac{9 + 5}{12}\right)$$
$$= \frac{2}{5} + \frac{14}{14}$$
$$= \frac{24 + 70}{60}$$
$$= \frac{94}{60}$$

Logo, $\left(\frac{2}{5} + \frac{3}{4}\right) + \frac{5}{12} = \frac{2}{5} + \left(\frac{3}{4} + \frac{5}{12}\right)$

Esta igualdade traduz a **propriedade associativa** de adição dos números racionais.

De um modo geral, se $\frac{a}{b}$; $\frac{c}{d}$ e $\frac{e}{f}$ com $b \neq 0$, $d \neq 0$ e $f \neq 0$ são números fraccionários, temos: $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} + \frac{e}{f} = \frac{a}{b} + \frac{c}{d} + \frac{e}{f}$

Então diz-se que a **adição dos números fraccionários é associativa**.

Propriedade comutativa

$$\frac{2}{7} + \frac{5}{8} = \frac{5}{8} + \frac{2}{7}$$

Esta igualdade traduz a **propriedade comutativa** da adição dos números racionais.

De modo geral, se $\frac{a}{b}$ e $\frac{c}{d}$ com $b \neq 0$ e $d \neq 0$ são números fraccionários, temos:

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{c}{d} + \frac{a}{b}$$

Então, diz-se que a **adição dos números fraccionários é comutativa.**

Existência de elemento neutro

$$\frac{7}{10} + 0 = 0 + \frac{7}{10} = \frac{7}{10}\ .$$

0 (zero) é o **elemento neutro** da adição dos números fraccionários.

Em geral, sendo $\frac{a}{b}$ um número fraccionário qualquer, tem-se:

$$\frac{a}{b} + 0 = 0 + \frac{a}{b} = \frac{a}{b}$$

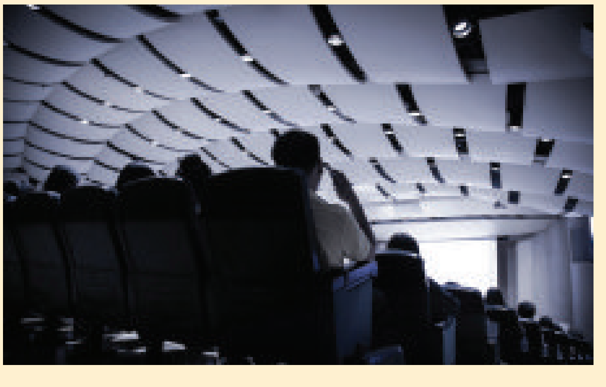
Exercícios

1. O tio André comprou um terreno a prestações. Na primeira prestação, pagou a quantia correspondente à metade do terreno. Na segunda prestação pagou $\frac{1}{3}$.
Que parte do terreno falta pagar?

2. Um bolo foi dividido em 15 partes iguais. O pai comeu $\frac{3}{15}$ de bolo, a mãe comeu 4/15.
Que parte de bolo ficou?

3. O menino Dias resolveu $\frac{1}{3}$ de exercícios de matemática de manhã.
No período da tarde, resolveu $\frac{1}{5}$. Que parte de exercícios fez no total? Que parte de exercícios ficou por fazer?

4. Um auditório com 430 cadeiras está lotado com homens, mulheres e crianças.
O número de mulheres é igual ao de crianças e o número de homens é $\frac{2}{5}$ do número de mulheres. Quantas crianças estão no auditório?



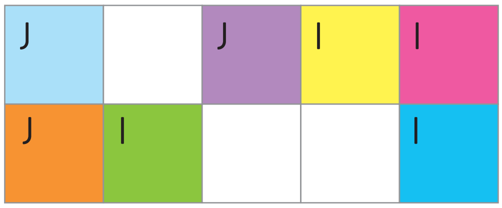
5. As turmas A e B da 6.ª classe têm no total 105 alunos. A turma A tem $\frac{4}{7}$ do número de alunos da 6.ª B. Quantos alunos tem cada turma?

Operações com números decimais envolvendo fracções decimais

Adição de fracções decimais

José e Isabel estavam a pintar o pavimento da sala, que se apresenta da seguinte forma:

No final, o pavimento ficou com este aspecto.



O José assinalou com **J** os quadrados que por ele foram pintados e com **I** os que foram pintados pela Isabel.

Determina a parte pintada pelos dois.

O José pintou 0,3 ou $\frac{3}{10}$ do pavimento e a Isabel pintou 0,4 ou $\frac{4}{10}$.

Os dois pintaram: $0{,}3 + 0{,}4 = \frac{3}{10} + \frac{4}{10} = \frac{3+4}{10} =$

$$= \frac{7}{10} =$$
$$= 0{,}7$$

Outro exemplo de adição:

$$13{,}005 + 2{,}346 + 0{,}008 + 112{,}239$$
$$= \frac{13005}{1000} + \frac{2346}{1000} + \frac{8}{1000} + \frac{112239}{1000}$$
$$= \frac{13003 + 2346 + 8 + 112239}{1000}$$
$$= \frac{127598}{1000}$$
$$= 127{,}598$$

Subtracção de fracções decimais

No exemplo precedente sobre o pavimento, pode calcular-se a parte da sala que não foi pintada.

Já sabemos que a parte pintada representa os $\frac{7}{10}$ de pavimento.

Que fracção representa a restante parte?

Sabemos que o pavimento da sala foi dividido em 10 partes.

As 10 partes são representadas pela fracção $\frac{10}{10}$.

$\frac{7}{10}$ foram pintadas. É claro que podemos calcular a parte que resta.

Assim, teremos:

$$\begin{aligned}\frac{10}{10} - \frac{7}{10} &= \frac{10-7}{10} \\ &= \frac{3}{10}\end{aligned}$$

Outro exemplo de subtracção:

$$\begin{aligned}15{,}269 - 10{,}385 &= \frac{15269}{1000} - \frac{10385}{1000} \\ &= \frac{15269 - 10385}{1000} \\ &= \frac{4884}{10} \\ &= 4{,}884\end{aligned}$$

Adição de números decimais (sem transformar em fracções decimais)

A adição ou a subtracção de números decimais efectuam-se da seguinte maneira:

- Na parte inteira das parcelas, colocam-se da direita para a esquerda unidades por baixo de unidades, dezenas por baixo de dezenas, assim sucessivamente.
- Na parte decimal, colocam-se da esquerda para a direita, décimas por baixo de décimas, centésimas por baixo de centésimas de forma que as vírgulas fiquem no mesmo alinhamento.

Exemplo:

$13{,}005 + 2{,}36 + 0{,}8 + 112{,}239 =$

$$\begin{array}{rrrrrr} & 1 & 3, & 0 & 0 & 5 \\ & & 2, & 3 & 6 & \\ & & 0, & 8 & & \\ + & 11 & 2, & 2 & 3 & 9 \\ \hline & 11 & 8, & 4 & 0 & 4 \end{array}$$

Comparação de fracções

Na 5.ª classe, já estudámos que para comparar dois números fraccionários com o mesmo denominador, basta comparar os numeradores e manter o denominador. Dadas duas fracções $\frac{a}{b}$ e $\frac{c}{b}$ temos:

$$\text{Se } a < c, \text{ então } \frac{a}{b} < \frac{c}{b}$$

$$\text{Se } a = c, \text{ então } \frac{a}{b} = \frac{c}{b}$$

$$\text{Se } a > c, \text{ então } \frac{a}{b} > \frac{c}{b}$$

Para comparar duas fracções de diferentes denominadores, teremos:

$$\text{Se } a \times d < b \times c, \text{ então } \frac{a}{b} < \frac{c}{d}$$

$$\text{Se } a \times d = b \times c, \text{ então } \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

$$\text{Se } a \times d > b \times c, \text{ então } \frac{a}{b} > \frac{c}{d}$$

Compara as seguintes fracções, dadas como exemplo:

- $\frac{7}{11}$ e $\frac{9}{13}$, se $7 \times 13 < 11 \times 9$, então $\frac{7}{11} < \frac{9}{13}$
- $\frac{5}{3}$ e $\frac{3}{5}$, se $5 \times 5 > 3 \times 3$, então $\frac{5}{3} > \frac{3}{5}$
- $\frac{17}{3}$ e $\frac{68}{12}$, se $17 \times 12 = 3 \times 68$, então $\frac{17}{3} = \frac{68}{12}$

Exercícios

1. Calcula sob a forma fraccionária.

a) 3,5 + 2,18 + 21,009

b) 5,19 + 4,2

c) 6,4 + 10 + 1,38

d) 12 + 3,106 + 0,004

e) 0,7 + 0,25 + 4,008 + 1,572

f) 3,5 + 6,01 + 0,8

g) 0,008 + 0,014 + 1,006

h) 6,4 + 1,25 + 0,425 + 1,4

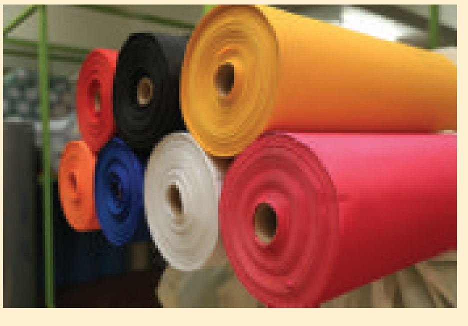
2. Um motorista percorreu no primeiro dia 15 km, no segundo dia 19 km e 7 m e no terceiro dia 25 km e 8 m. Calcula a distância percorrida pelo motorista durante os três dias.

3. A Ana preparou um bolo que comeu da seguinte forma:

No primeiro dia comeu 5/10 do bolo, no segundo dia comeu $\frac{5}{10}$ e no terceiro dia comeu $\frac{2}{10}$. Qual foi a parte do bolo que sobrou?

4. Quanto tenho de juntar a 15,7 para obter 20,5?

5. O José comprou 3,50 m de tecido para fazer duas calças, uma com 1,25 m e outra com 1,75 m. Quantos metros de tecido sobraram?



6. Compara as seguintes fracções.

a) $\frac{2}{3}$ e $\frac{6}{5}$

b) $\frac{12}{10}$ e $\frac{6}{5}$

c) $\frac{3}{4}$ e $\frac{3}{2}$

d) $\frac{3}{2}$ e $\frac{6}{5}$

e) $\frac{12}{10}$ e $\frac{3}{2}$

f) $\frac{6}{5}$ e $\frac{2}{3}$

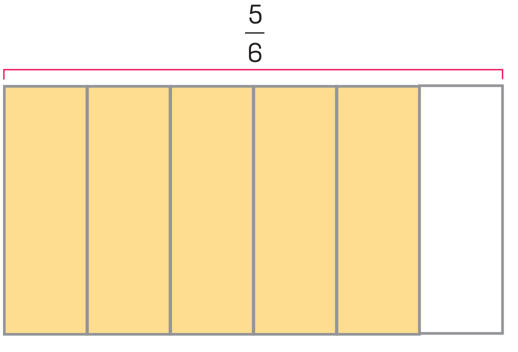
Multiplicação de fracções

A Cecília cultivou $\frac{2}{3}$ de $\frac{5}{6}$ da área do seu quintal. Qual é a área total destinada à plantação?

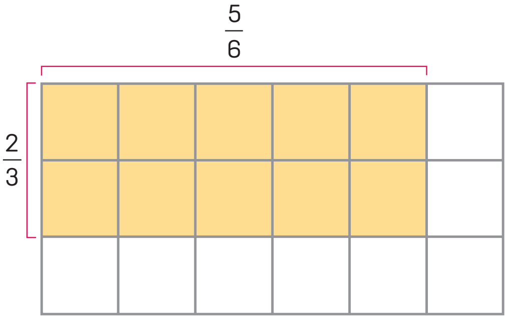
Para responder, precisamos de calcular $\frac{2}{3}$ de $\frac{5}{6}$, ou seja, $\frac{2}{3} \times \frac{5}{6}$.

Considera o rectângulo seguinte, que representa a área total do quintal da Cecília dividida em 3 partes iguais.

Considera o mesmo rectângulo, dividido em 6 partes iguais.



Sobrepõe os dois rectângulos. O que obténs? Obténs um rectângulo dividido em 18 partes iguais. Mas observa agora quantas são as partes ocupadas pela plantação da Cecília?



Assim: $\frac{2}{3} \times \frac{5}{6} = \frac{10}{18}$ ou $\frac{2}{3} \times \frac{5}{6} = \frac{2 \times 5}{3 \times 6} = \frac{10}{18}$

Para multiplicar dois números representados por fracções, multiplicam-se os numeradores e os denominadores entre si.

Multiplicação de uma fracção por um número inteiro

Exemplo 1: $\frac{2}{5} \times 8 =$

Já sabes que todo o número inteiro pode escrever-se sob a forma de uma fracção com denominador 1.

$$\frac{2}{5} \times 8 = \frac{2}{5} \times \frac{8}{1}, \text{ logo, } \frac{2 \times 8}{5 \times 1} = \frac{16}{5} \qquad \text{ou} \qquad \frac{2}{5} \times 8 = \frac{2 \times 8}{5} = \frac{16}{5}$$

Para multiplicar uma fracção por um número inteiro, multiplica-se o número pelo numerador, mantendo o denominador.

Exemplo 2: $\frac{1}{2} \times 1{,}5 =$

Usando a regra: $\frac{1}{2} \times 1{,}5 = \frac{1}{2} \times \frac{15}{10} = \frac{1 \times 15}{1 \times 10} = \frac{15}{20} = \frac{3}{4}$

Podes também calcular deste modo:

$$\frac{1}{2} \text{ x } 1{,}5 = 0{,}5 \text{ x } 1{,}5 = 0{,}75 \qquad \text{ou} \qquad \frac{75}{100} = \frac{75 : 25}{100 : 25} = \frac{3}{4}$$

Exercícios

1. Calcula.

a) $\frac{5}{7} \times \frac{1}{9}$ **c)** $\frac{1}{2} \times \frac{6}{4}$ **e)** $\frac{25}{30} \times \frac{4}{14}$ **g)** $\frac{1}{5} \times 35$

b) $\frac{1}{18} \times 9$ **d)** $\frac{3}{4} \times 0{,}5$ **f)** $\frac{2}{3} \times 1{,}5$ **h)** $\frac{1}{6} \times 0{,}36$

2. Faz os cálculos indicados e simplifica os resultados obtidos para expressões simples (fracções irredutíveis).

a) $\frac{14}{15} \times 3$ **c)** $2\,\frac{1}{3} \times 6$ **e)** $12 \times \frac{7}{4}$ **g)** $15 \times 3\,\frac{1}{5}$

b) $\frac{3}{5} \times 15$ **d)** $5 \times \frac{4}{15}$ **f)** $3\,\frac{1}{5} \times 10$ **h)** $3\,\frac{3}{4} \times 8$

3. Calcula

a) $\frac{3}{7} \times \frac{5}{6} \times \frac{2}{3}$ **c)** $\frac{5}{8} \times 8 \times \frac{4}{15}$ **e)** $\frac{5}{3} \times \frac{4}{7} \times \frac{21}{20}$ **g)** $\frac{5}{12} \times 3 \times \frac{4}{5}$

b) $\frac{5}{12} \times 3 \times \frac{4}{5}$ **d)** $\frac{1}{2} \times \frac{2}{9} \times 15$ **f)** $\frac{15}{3} \times 12 \times \frac{8}{22}$ **h)** $\frac{15}{12} \times 3 \times \frac{16}{3}$

4. Calcula

a) $15{,}2 \times 14{,}8 \times 5{,}3$ **c)** $4{,}02 \times 5{,}4 \times 6$ **e)** $12{,}8 \times 13{,}2 \times 4{,}7$

b) $1{,}2 \times 1{,}5 \times 3{,}9$ **d)** $3{,}02 \times 1{,}51 \times 3{,}1$ **f)** $1{,}6 \times 4{,}1 \times 5{,}07$

Propriedades da multiplicação de números fraccionários

A multiplicação de números fraccionários goza também das propriedades comutativa, associativa e distributiva.

Completa a tabela seguinte.

$\times$	0	$\frac{1}{2}$	1,5	$\frac{5}{4}$	1	$\frac{4}{5}$	$\frac{6}{7}$
0	0	0	0	0	0	0	0
$\frac{1}{2}$	0						
1,5	0						
$\frac{5}{4}$	0						
1	0						
$\frac{4}{5}$	0						
$\frac{6}{7}$	0						

Com base nos resultados obtidos na tabela, completa e tira uma conclusão.

$1{,}5 \times \frac{5}{4} =$ __________ e $\frac{5}{4} \times 1{,}5 =$ __________

A multiplicação dos números fraccionários é **comutativa**. Se **a** e **b** são números fraccionários, temos **a** $\times$ **b** = **b** $\times$ **a**.

$0 \times \frac{6}{7} =$ __________ e $\frac{6}{7} \times 0 =$ __________

0 (**zero**) é o **elemento absorvente** da multiplicação dos números fraccionários. Se **a** é um número fraccionário, temos:

a $\times$ **0 = 0** $\times$ **a = 0**

$1 \times \frac{1}{2} =$ __________ e $\frac{1}{2} \times 1 =$ __________ .

1 é o **elemento neutro** da multiplicação dos números fraccionários. Se **a** é um número fraccionário, temos:

a $\times$ **1 = 1** $\times$ **a = a**.

Considera a seguinte expressão:

$$\frac{2}{5} \times \frac{3}{7} \times \frac{5}{4}$$

Calcula este produto. É óbvio que obténs $\frac{30}{140}$ ou $\frac{3}{14}$. Calculamos esta expressão da seguinte forma:

$$\frac{2}{5} \times \left(\frac{3}{7} \times \frac{5}{4}\right) \quad \text{ou} \quad \left(\frac{2}{5} \times \frac{3}{7}\right) \times \frac{5}{4}$$

$$= \frac{2}{5} \times \frac{15}{2} = \frac{6}{35} \times \frac{5}{4}$$

$$= \frac{30}{140}$$

Podes concluir que:

$$\frac{2}{5} \times \left(\frac{3}{7} \times \frac{3}{4}\right) = \left(\frac{2}{7} \times \frac{3}{7}\right) \times \frac{3}{4}$$

Já conheces esta propriedade: é a **propriedade associativa**.

Se **a**, **b** e **c** são números fraccionários, temos:

$$\mathbf{a \times (b \times c) = (a \times b) \times c}$$

O Pedro e o André estiveram a fazer o seguinte cálculo:

$$\frac{3}{2} \times \left(\frac{1}{5} + \frac{4}{6}\right)$$

Vejamos como os dois procederam:

Pedro

$$\frac{3}{2} \times \left(\frac{1}{5} + \frac{4}{6}\right)$$

$$= \frac{3}{2} \times \frac{6 + 20}{30}$$

$$= \frac{3}{2} \times \frac{26}{30}$$

$$= \frac{3 \times 26}{2 \times 30}$$

$$= \frac{78}{60}$$

$$\frac{78 : 6}{69 : 6} = \frac{13}{10}$$

André

$$\frac{3}{2} \times \left(\frac{1}{5} + \frac{4}{6}\right)$$

$$= \frac{3}{2} \times \frac{1}{5} + \frac{3}{2} \times \frac{4}{6}$$

$$= \frac{3}{10} + \frac{12}{12}$$

$$= \frac{3}{10} + 1$$

$$= \frac{3}{10} + \frac{10}{10}$$

$$= \frac{3 + 10}{10}$$

$$= \frac{13}{10}$$

Finalmente, os dois chegaram ao mesmo resultado.

O André utilizou um procedimento. Como se chama esta propriedade?

Também já conheces esta propriedade: é a **propriedade distributiva**.

Tu também vais utilizar os dois procedimentos, procurando chegar ao mesmo resultado.

$$\frac{4}{5} \times \left(\frac{5}{3} - \frac{1}{2}\right) =$$

Com certeza que nos dois procedimentos chegaste ao mesmo resultado: $\frac{28}{30}$ ou $\frac{14}{15}$

Podes concluir o seguinte:

A multiplicação dos números fracionários é distributiva em relação à adição e à subtracção.

Se $a \times (b \pm c) = a \times b \pm a \times c$

Inverso de uma fracção

A São e a Laura estavam a fazer perguntas em Matemática. A Laura perguntou à São:

– Qual é o número que, multiplicado pelo número dado, dá 1?

Exemplo: $7 \times ? = 1$

A São responde o seguinte:

$$\frac{1}{7}, \text{ pois } 7 \times \frac{1}{7} = 1$$

A São, por sua vez, fez uma pergunta à Laura:

– E se o número for a fracção $\frac{5}{7}$: $\frac{5}{7} \times \_\_ = 1$

A Laura respondeu que este número é:

$$\frac{7}{5}, \text{ pois } \frac{5}{7} \times \frac{7}{5} = 1$$

Assim, os números $\frac{1}{7}$ e $\frac{7}{5}$ são chamados **inversos** de, respectivamente, 7 e de $\frac{5}{7}$

O inverso de um número fraccionário é o número cujo produto com este é igual a 1 ou o inverso de um número fraccionário é a fracção obtida, permutando os seus termos.

O inverso de $\mathbf{\frac{a}{b}}$ é $\mathbf{\frac{b}{a}}$.

Exercícios

1. Calcula, aplicando a propriedade distributiva.

a) $3 \times \left(\frac{5}{2} + \frac{2}{5}\right)$

b) $\left(\frac{7}{5} + \frac{3}{4}\right) \times \frac{15}{45}$

c) $\left(\frac{7}{11} - \frac{2}{11}\right) \times \frac{23}{25}$

d) $\left(\frac{3}{4} + \frac{2}{4}\right) \times \frac{5}{3}$

e) $\left(\frac{5}{7} - \frac{7}{5}\right) \times 5\frac{1}{4}$

f) $\left(\frac{8}{13} - \frac{2}{3}\right) \times \frac{3}{5}$

2. Calcula, aplicando a propriedade comutativa.

a) $\frac{1}{4} \times 5 =$

b) $6 \times \frac{4}{3} =$

c) $\frac{3}{2} \times \frac{6}{8} =$

d) $\frac{7}{3} \times \frac{9}{7} =$

e) $\frac{1}{5} \times 9 =$

f) $\frac{12}{13} \times \frac{2}{5} =$

3. Completa.

a) $\frac{16}{9} \times$ ______ $= 1$

b) $1 =$ ______ $\times \frac{9}{16}$

c) $1 = \frac{1}{3} \times$ ______

d) $\frac{53}{22} \times$ ______ $= 1$

e) $\frac{15}{10} \times$ ______ $= 1$

f) $\frac{3}{14} \times$ ______ $= 1$

4. Aplica a propriedade associativa.

a) $\frac{1}{5} \times \frac{2}{7} \times \frac{1}{2}$

b) $\frac{11}{13} \times \frac{3}{2} \times \frac{1}{3}$

c) $\frac{2}{3} \times \frac{1}{5} \times \frac{4}{9}$

d) $\frac{3}{2} \times \frac{6}{10} \times 4$

e) $3{,}1 \times 2{,}5 \times 4$

f) $\frac{3}{5} \times \frac{1}{2} \times \frac{8}{7}$

Divisão de fracções

A operação de dividir fracções é tão simples quanto a da multiplicação.

Para dividirmos as fracções basta multiplicarmos a fracção que está no numerador pelo inverso da fracção que está no denominador. Vê abaixo a regra:

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$$

Determinação do quociente de dois números fraccionários

Divisão de um número natural por uma fracção

O Diogo comprou 7 laranjas e quer dividir cada uma em três partes. Quantos terços terá o Diogo?

O problema consiste em dividir as 7 laranjas em três partes iguais.

Ou seja: $7 : \frac{1}{3} = 21$ ou $7 \times \frac{3}{1} = 21$

Divisão de uma fracção por um número natural

Se dividirmos um terço da laranja por dois alunos, cada um receberá:

$\frac{1}{3} : 2 = \frac{1}{6}$ ou $\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$ (um sexto da laranja)

Divisão de dois números fraccionários

A divisão de $\frac{1}{3}$ por $\frac{1}{2}$ é: $\frac{1}{3} : \frac{1}{2} = \frac{1}{3} \times \frac{2}{1} = \frac{2}{3}$

Para dividir dois números fraccionários diferentes de zero, multiplica-se o dividendo pelo inverso do divisor.

$$\frac{3}{5} : \frac{9}{2} = \frac{3}{5} \times \frac{2}{9} = \frac{6}{45} \quad \text{ou} \quad \frac{2}{15}$$

Cálculo mental da divisão de números fraccionários

O quociente de dois números fraccionários iguais, diferentes de zero, é 1.

$$\frac{1}{3} : \frac{1}{3} = 1$$

Sabes que $7 : \frac{1}{3} = 21$

Qual é o valor de $\frac{3}{5} : 1$

$$\frac{3}{5} : 1 = \frac{3}{5}$$

Qualquer número dividido por 1 dá um resultado igual ao próprio número.

Exercícios

1. Completa.

a) $3 : \frac{1}{2}$ **c)** $\frac{1}{4} : 5$ **e)** $\frac{1}{7} : \frac{1}{15}$

b) $\frac{2}{4} : \frac{1}{3}$ **d)** $\frac{1}{5} : \frac{1}{2}$ **f)** $\frac{2}{3} : \frac{1}{4}$

2. Faz o cálculo indicado e verifica o resultado.

a) $\frac{1}{4} : \frac{1}{3}$ **c)** $\frac{3}{4} : \frac{2}{5}$ **e)** $\frac{0}{58} : \frac{3}{8}$ **g)** $\frac{45}{23} : \frac{9}{46}$

b) $\frac{81}{13} : \frac{18}{13}$ **d)** $4\,\frac{3}{5} : \frac{46}{15}$ **f)** $6\,\frac{3}{5} : \frac{22}{10}$ **h)** $5\,\frac{4}{3} : \frac{19}{9}$

3. Calcula mentalmente.

a) $\frac{2}{5} : \frac{2}{5}$ **c)** $\frac{1}{5} : \frac{1}{6}$ **e)** $1 : \frac{1}{4}$ **g)** $3 : \frac{1}{5}$

b) $7 : \frac{1}{7}$ **d)** $\frac{6}{10} : 1$ **f)** $\frac{1}{2} : \frac{1}{1}$ **h)** $\frac{21}{9} : \frac{1}{100}$

Multiplicação de números decimais

A multiplicação de números decimais efectua-se da seguinte forma:

- multiplicam-se os números como se fossem números inteiros;
- o resultado obtido tem tantas casas decimais quantas as de somas dos factores.

Exemplo: $46{,}3 \times 5{,}2$

$$\begin{array}{r} 46{,}3 \\ \times\ 5{,}2 \\ \hline 926 \\ 2315 \\ \hline 240{,}76 \end{array}$$

Multiplicação de um número natural por um número decimal

Já aprendeste a multiplicar um número inteiro por uma fracção e também a transformar números decimais em fracções decimais.

Utiliza esta transformação para multiplicar o que se segue.

$$5 \times 2{,}3 = \frac{23}{10} + \frac{23}{10} + \frac{23}{10} + \frac{23}{10} + \frac{23}{10}$$
$$= \frac{23 + 23 + 23 + 23 + 23}{10}$$
$$= \frac{115}{10}$$
$$= 11{,}5$$

Mais simplificado: $5 \times 2{,}3 = 5 \times \frac{23}{10}$
$$= \frac{115}{10}$$
$$= 11{,}5$$

Multiplicação de números naturais reduzidos a fracções decimais

A multiplicação de números decimais pode-se transformar em multiplicação de números fraccionários.

Observa os exemplos.

Exemplo 1:

$$4{,}6 \times 2{,}7 = \frac{46}{10} \times \frac{27}{10} = \frac{1242}{100} = 12{,}42$$

Exemplo 2:

$$0{,}721 \times 5{,}1 = \frac{721}{1000} \times \frac{51}{10} = \frac{36771}{10000} = 3{,}6771$$

Exercícios

1. Escreve os seguintes produtos em fracções decimais e calcula.

a) $0{,}12 \times 5$
b) $0{,}24 \times 0{,}25$
c) $33{,}2 \times 0{,}072$
d) $0{,}125 \times 8$
e) $0{,}0084 \times 13{,}7$
f) $81{,}4 \times 0{,}6 \times 0{,}5$
g) $33{,}2 \times 0{,}072$
h) $0{,}3 \times 0{,}4 \times 0{,}5$
i) $0{,}01 \times 0{,}01 \times 0{,}01$

2. Sabendo que $172 \times 35 = 6020$, escreve o valor dos seguintes produtos, sem efectuares os cálculos.

a) $0{,}172 \times 3{,}5$
b) $17{,}2 \times 3{,}5$
c) $1{,}72 \times 0{,}35$
d) $17{,}2 \times 0{,}35$
e) $1{,}72 \times 3{,}5$
f) $0{,}172 \times 0{,}35$

3. Ordena os produtos seguintes do menor para o maior, sem efectuares os cálculos.

a) $2{,}5 \times 3{,}36$
b) $2{,}5 \times 33{,}6$
c) $25 \times 3{,}36$
d) $0{,}025 \times 0{,}336$
e) $0{,}25 \times 0{,}336$
f) 25×336

Divisão de números fraccionários representados por números decimais

Divisão de fracção decimal por um número natural

A Mimi comprou 12,25 m de tecido, com os quais quer fazer 5 saias iguais para vender.

Quantos metros utilizou a Mimi para cada saia?

Para saber quantos metros a Mimi utilizou, dividimos 12,25 por 5. Em seguida, transformamos 12,25 em fracção decimal.

$$12{,}25 = \frac{1225}{100}$$

$$\frac{1225}{100} : 5 = \frac{1225}{100} : \frac{5}{1}$$

$$= \frac{1225}{100} \times \frac{1}{5}$$

$$= \frac{245}{100}$$

$$= 2{,}45$$

Divisão de dois números decimais

Exemplo 1:

$$122{,}5 : 4{,}9$$

Transformamos os dois números decimais em fracções decimais.

$$122{,}5 : 4{,}9 = \frac{1225}{10} : \frac{49}{10}$$

$$= \frac{1225}{10} \times \frac{10}{49}$$

$$= \frac{1225}{49}$$

$$= 25$$

Exemplo 2:

$$5{,}25 : 1{,}5 = \frac{525}{100} : \frac{15}{10}$$

Transformamos os dois números decimais em fracções decimais.

$$\frac{525}{100} \times \frac{10}{15}$$

$$= \frac{525}{100} \times 15$$

$$= \frac{35}{10}$$

$$= 3{,}5$$

Exercícios

1. Efectua as seguintes divisões, transformando os números decimais em fracções decimais.

   a) 15,03 : 6
   b) 13,09 : 10,5
   c) 98,6 : 0,6
   d) 3,5 : 1,7
   e) 5 : 0,2
   f) 0,5 : 0,001
   g) 2,31 : 1,35
   h) 0,75 : 3,9

2. A mãe da Amélia comprou uma caixa de morangos de 350 kg. A caixa contém caixinhas de 0,25 kg. Quantas caixinhas contém a caixa?

3. Com 1 kg de ouro, quantos anéis de 0,01 kg se podem fabricar?

4. Quantas tabletes de chocolate de 0,020 kg se podem fabricar com 30 kg de chocolate?

Tema 2
Geometria

2.1 Construção de triângulos

Na 5.ª classe aprendemos a classificar os triângulos quanto aos ângulos e quanto aos lados. Agora, vamos aprender vários modos de construir triângulos.

A construção de triângulos baseia-se em várias possibilidades, que vais agora estudar.

Construção de triângulos dados dois lados e o ângulo formado por eles

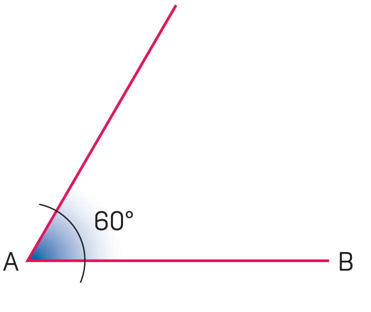
Construção de um triângulo acutângulo com os comprimentos de dois lados e a amplitude do ângulo por eles formados.

Vamos construir um triângulo [ABC], conhecendo as medidas dos lados $\overline{AB} = 4$ cm, $\overline{AC} = 3,5$ cm e a amplitude do ângulo $B\widehat{A}C = 60°$.

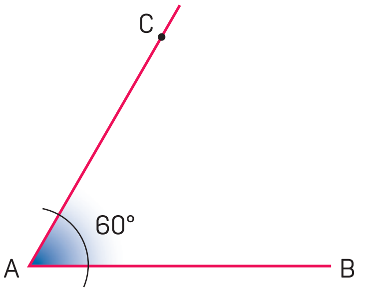
Construção

1.º Traça o lado $\overline{AB} = 4$ cm.

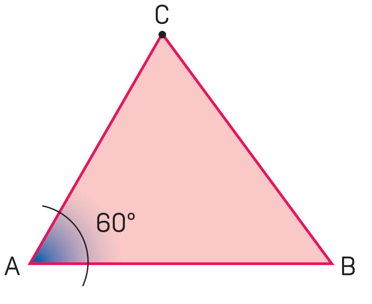
2.º Com o auxílio do transferidor, marca o ângulo de 60° com vértice em A.



3.º Marca o ponto C, medindo o comprimento $\overline{AC}$ com a régua, $\overline{AC} = 3{,}5$ cm.



4.º Une os pontos A, B e C e obténs o triângulo [ABC].



Vamos agora aplicar esta construção, noutro exemplo, construindo um triângulo isósceles dado o comprimento de dois lados iguais.

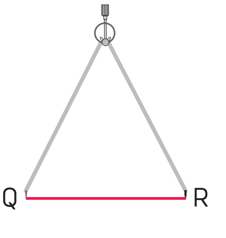
Vamos construir o triângulo [QRP], conhecendo as medidas dos lados $\overline{PQ}$, $\overline{PR}$ e $\overline{QR}$.

Dados: $\overline{PQ} = 4$ cm; $\overline{PR} = 4$ cm; $\overline{QR} = 2$ cm.

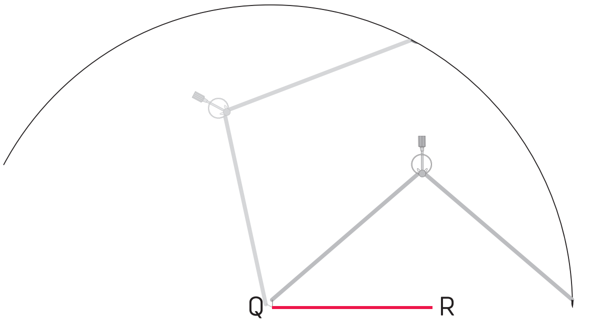
Construção

1.° Com o auxílio de uma régua, traça um segmento de recta $\overline{QR}$ de comprimento 2 cm.

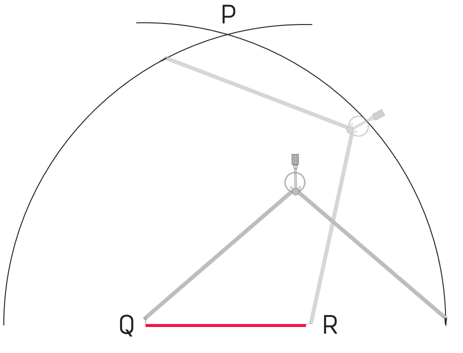
2.° Com o compasso, mede o segmento traçado ($\overline{QR} = 2$ cm).



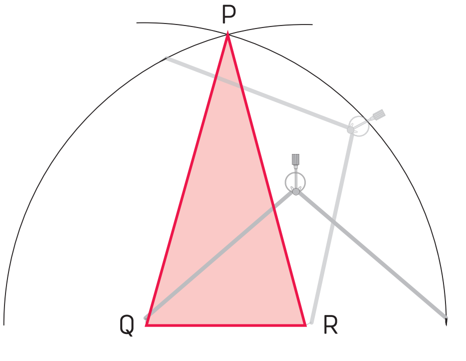
3.º Com a ponta seca do compasso no ponto Q do segmento de recta $\overline{QR}$, traça o arco da circunferência de raio 4 cm.



4.º Faz o mesmo na outra extremidade R. Assinala o ponto de intersecção P.



5.º Une os pontos Q, R e P e obténs o triângulo [QRP].



Exercícios

1. Recorda agora a classificação de triângulos e escreve o nome dos triângulos indicados.

Tipos de ângulos	Nome do triângulo
Ângulo recto	
Ângulo obtuso	
Ângulo agudo	

2. Sendo o ângulo $C\hat{A}B = 40°$ e $C\hat{B}A = 30°$, com ajuda da régua e do transferidor, constrói e classifica o triângulo [ABC], sendo $\overline{AB} = 4$ cm.
3. Sendo um dos ângulos de um triângulo igual a 90° de amplitude:
   a) Que tipo de triângulo se poderá construir?
   b) Constrói-o.

Construção de triângulos dados dois ângulos e o lado comum sobre eles

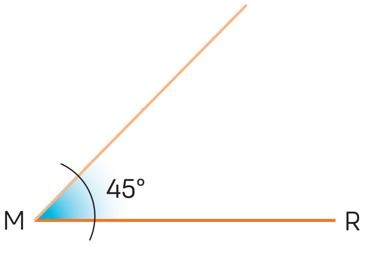
Construção de um triângulo obtusângulo [MRA], conhecendo a medida de um lado e a amplitude dos ângulos adjacentes a esse lado $\overline{MR} = 4$ cm.

$$R\hat{M}A = 45° \text{ e } M\hat{R}A = 30°$$

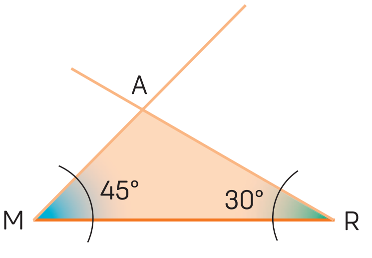
Construção

1.º Traça o segmento de recta $\overline{MR} = 4$ cm.

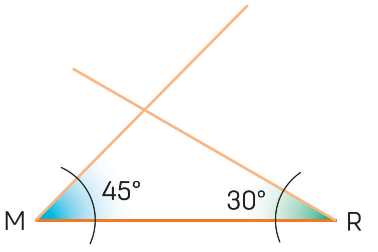
2.º Com a ajuda do transferidor, marca o ângulo $R\hat{M}A$ de modo que $R\hat{M}A = 45°$.



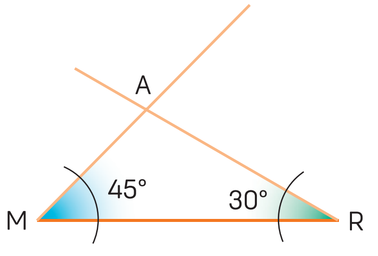
3.º Une os pontos M, R e A e obténs o triângulo [MRA].



4.º Com a ajuda do transferidor, marca o ângulo $M\hat{R}A$ de modo que $M\hat{R}A = 30°$.



5.º Prolonga as semi-rectas, com origens em M e R, até que se encontrem. No ponto de intersecção, escreve A.

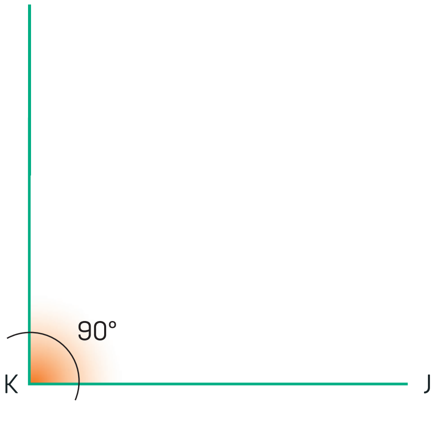


Construção de um triângulo rectângulo [JKL], conhecendo a medida de $\overline{JK}$ = 5 cm e a amplitude do ângulo $L\hat{J}K$ = 35°.

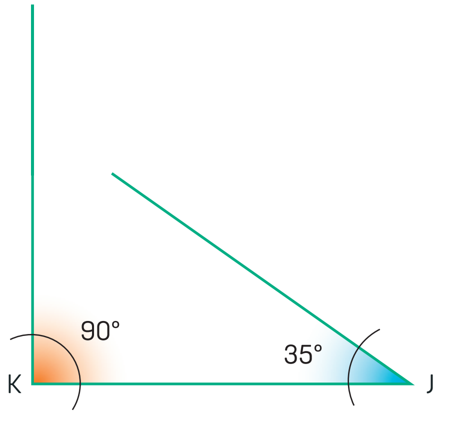
Construção

1.º Marca o segmento de recta $\overline{KJ}$ = 5 cm.

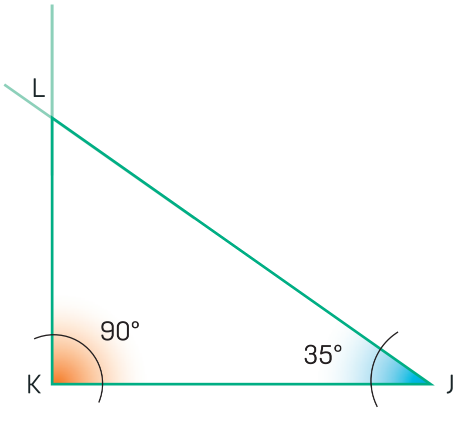
2.º Com a ajuda do transferidor, ou com um esquadro, marca o ângulo $J\hat{K}L$ de modo que $J\hat{K}L = 90°$.



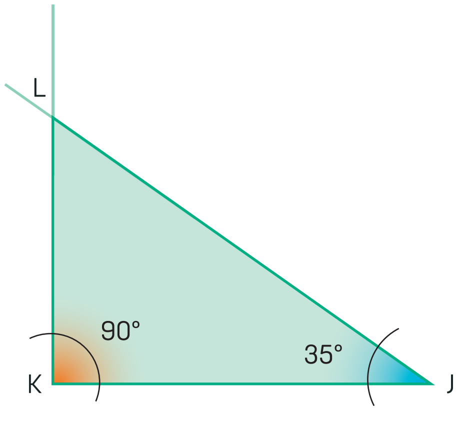
3.º A partir do ponto J, marca o ângulo $K\hat{J}L = 35°$.



4.º Marca o ponto L, intersecção de $\overline{KL}$ e $\overline{JL}$.



5.º O triângulo [JKL] é o triângulo procurado.



Exercícios

1. Dado o comprimento do lado $\overline{EF}$ = 6 cm, constrói o triângulo [EFG] tal que os ângulos $E\hat{F}G$ e $G\hat{E}F$ meçam, respectivamente, 110° e 40°. Classifica-o.
2. Constrói e classifica o triângulo [MNP]. $\overline{MN}$ = 3,5 cm; $\overline{MP}$ = 4 cm; $P\hat{M}N$ = 90°.
3. Constrói e classifica quanto aos lados os seguintes triângulos.

a) O triângulo [ABC]

$\overline{AB}$ = 4 cm

$B\hat{A}C$ = 50°

$A\hat{B}C$ = 50°

b) O triângulo [MNP]

$\overline{MN}$ = 4,5 cm

$\overline{MP}$ = 5 cm

$P\hat{M}N$ = 90°

c) O triângulo [RST]

$\overline{RT}$ = 3 cm

$S\hat{R}T$ = 45°

$A\hat{T}R$ = 45°

d) O triângulo [XOP]

$\overline{XP}$ = 5 cm

$\overline{XO}$ = 3 cm

$O\hat{X}P$ = 45°

Construção de triângulos dados os lados

Construção de um triângulo escaleno, dado o comprimento dos três lados.

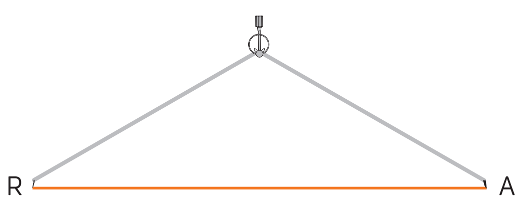
Vamos construir o triângulo [MRA], conhecendo as medidas dos lados $\overline{MR}$, $\overline{RA}$ e $\overline{MA}$.

Dados: $\overline{MR}$ = 4 cm; $\overline{RA}$ = 6 cm; $\overline{MA}$ = 8 cm.

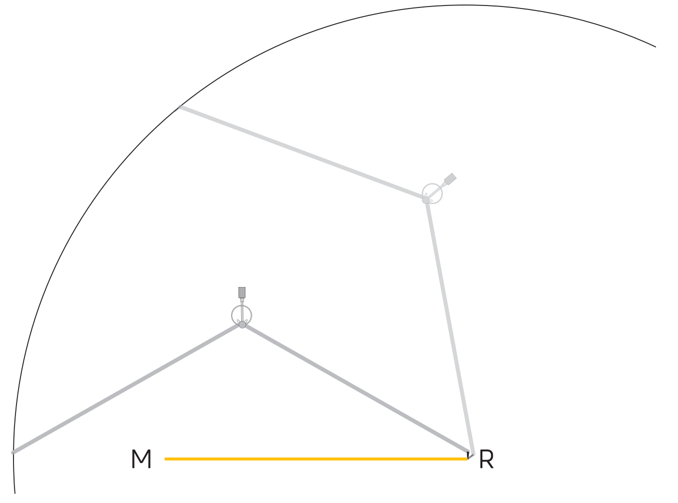
Construção

1.° Começa por traçar o segmento de recta $\overline{MR}$ com 4 cm.

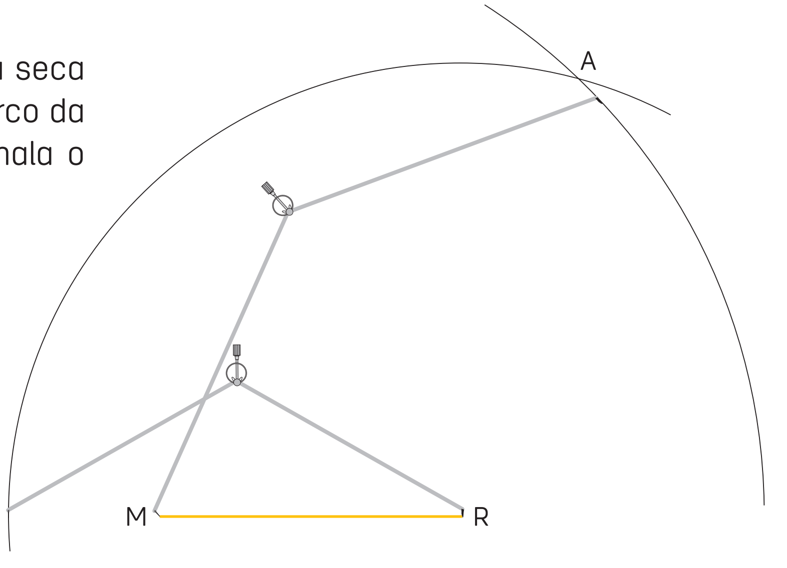
2.º Com o compasso, transporta a medida do segmento $\overline{RA}$ = 6 cm.



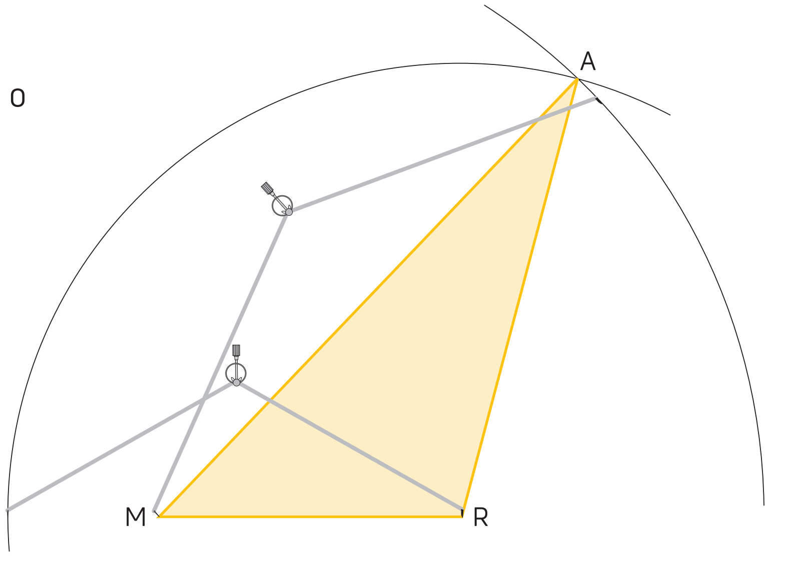
3.º Com a ponta seca do compasso no ponto R do segmento de recta $\overline{MR}$, traça o arco da circunferência de raio 6 cm.



4.º Faz o mesmo colocando a ponta seca do compasso no ponto M. Traça o arco da circunferência de raio 8 cm e assinala o ponto de intersecção por A.



5.º Une os pontos A, M e R e obténs o triângulo [MRA].



Como nesta situação existem diversas variantes possíveis, vamos agora construir um triângulo equilátero.

Construção de um triângulo equilátero dado o comprimento de um lado.

Vamos então construir o triângulo [ABC], conhecendo a medida do lado $\overline{AB}$.

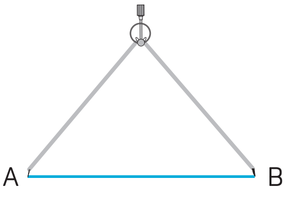
Dados: $\overline{AB}$ = 3 cm.

Nota: Sendo triângulo equilátero, as medidas dos três lados são iguais. Basta conhecer a medida de um lado.

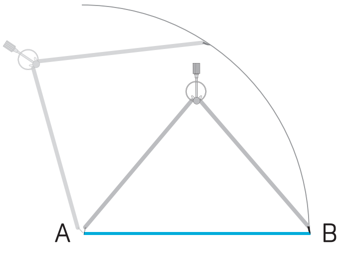
Construção

1.° Com o auxílio de uma régua, traça um segmento de recta $\overline{AB}$ de comprimento 3 cm.

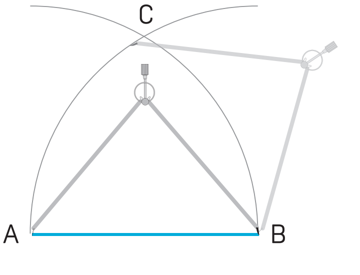
2.° Com o compasso, transporta a medida do segmento ($\overline{AB}$ = 3 cm).



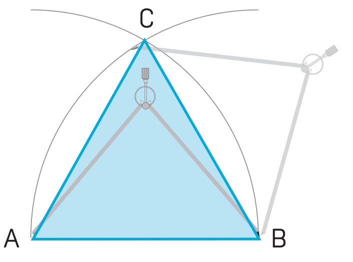
3.º Com a ponta seca do compasso no ponto A do segmento de recta $\overline{AB}$, traça o arco da circunferência de raio 3 cm.



4.º Faz o mesmo na outra extremidade B. Assinala o ponto de intersecção C.



5.º Une os pontos A, B e C e obténs o triângulo [ABC].



Exercícios

1. Completa, indicando o nome dos triângulos com as seguintes medidas, depois de os construíres no teu caderno.

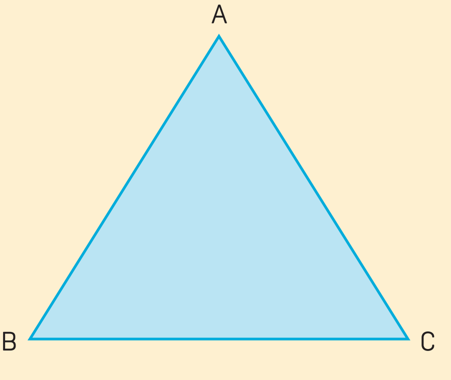
a	b	c	Nome do triângulo
3 cm	5 cm	2 cm	
4 cm	4 cm	4 cm	
3 cm	2 cm	3 cm	
5 cm	5 cm	2 cm	

2. Com o auxílio da régua, mede, em centímetros, o comprimento dos lados do triângulo [ABC] e completa.

$\overline{AB}$ = ______________________________

$\overline{BC}$ = ______________________________

$\overline{AC}$ = ______________________________



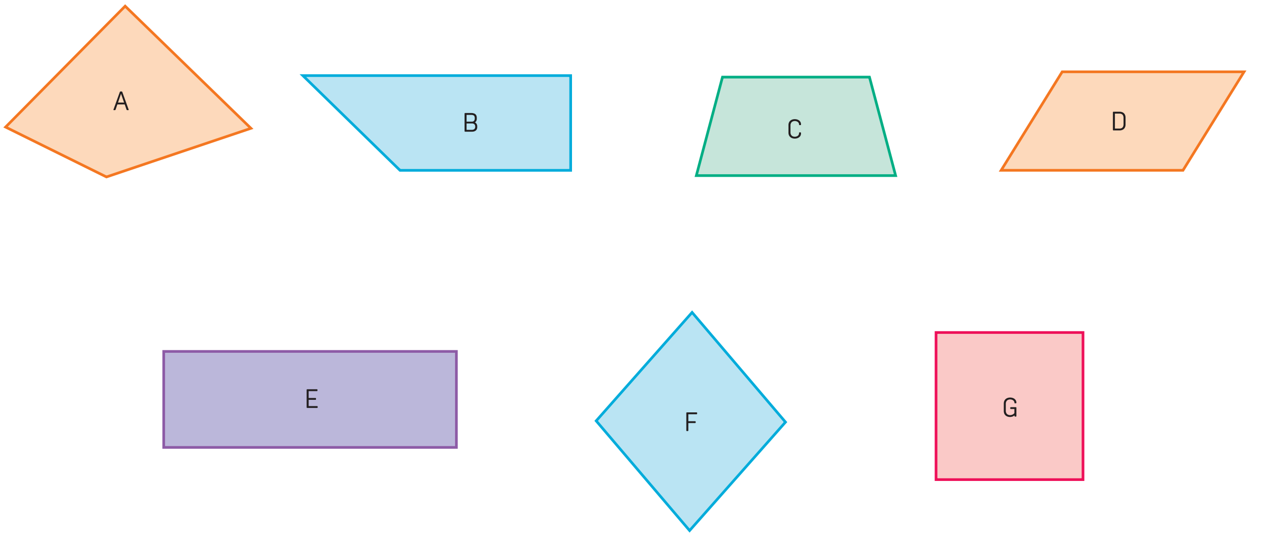
O triângulo [ABC] é um triângulo ______________________________

2.2 Quadriláteros

Noção de quadriláteros

Chama-se quadriláteros, aos polígonos fechados formados por quatro lados.

Observa as figuras.



Quantos lados têm as figuras A, B, C, D, E, F e G?

As figuras A, B, C, D, E, F e G têm 4 lados: são quadriláteros.

Mas no conjunto dos quadriláteros há diferenças, como podes observar. Por exemplo, nas figuras acima, a figura A não tem lados paralelos.

Poderás «arrumar» os quadriláteros tendo em conta algumas características comuns.

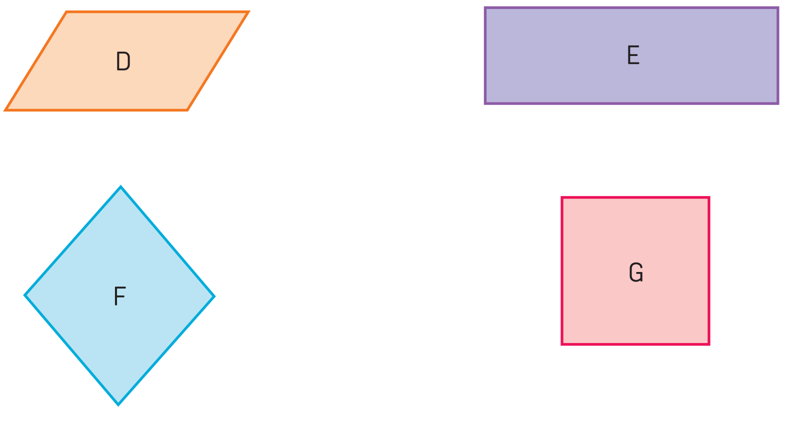
Classificação de quadriláteros

Observaste certamente que há quadriláteros que têm, pelo menos, dois lados paralelos. São **trapézios**.

Mas também há quadriláteros que têm dois pares de lados paralelos. São **paralelogramos**.

No conjunto dos paralelogramos, também há diferença.

Os que têm ângulos rectos são designados por **rectângulos**. E os que não têm os ângulos rectos? São os paralelogramos **não rectângulos**.



Repara que o paralelogramo F tem os seus lados geometricamente iguais, então, é um **losango**.

Os paralelogramos E e G têm os quatro ângulos rectos: são paralelogramos **rectângulos**.

No conjunto dos paralelogramos rectângulos, também há diferenças.

Uns têm os quatro lados geometricamente iguais: são os quadrados. É o caso do paralelogramo G. Outros têm os seus lados paralelos geometricamente iguais, dois a dois: são os rectângulos. É o caso do paralelogramo E.

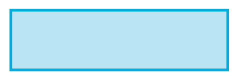
Propriedades de quadriláteros

Paralelogramo obliquângulo

- lados opostos
- paralelos dois a dois
- lados opostos iguais dois a dois
- ângulos opostos iguais dois a dois

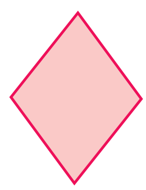
Rectângulo não quadrado

- lados opostos paralelos dois a dois
- lados opostos iguais dois a dois
- quatro ângulos rectos



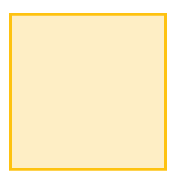
Losango não quadrado

- lados opostos paralelos dois a dois
- lados opostos iguais dois a dois
- ângulos opostos iguais dois a dois



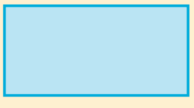
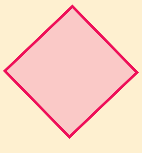
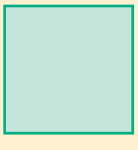
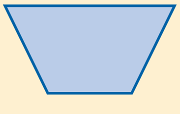
Quadrado

- lados opostos paralelos dois a dois
- quatro lados iguais
- quatro ângulos rectos

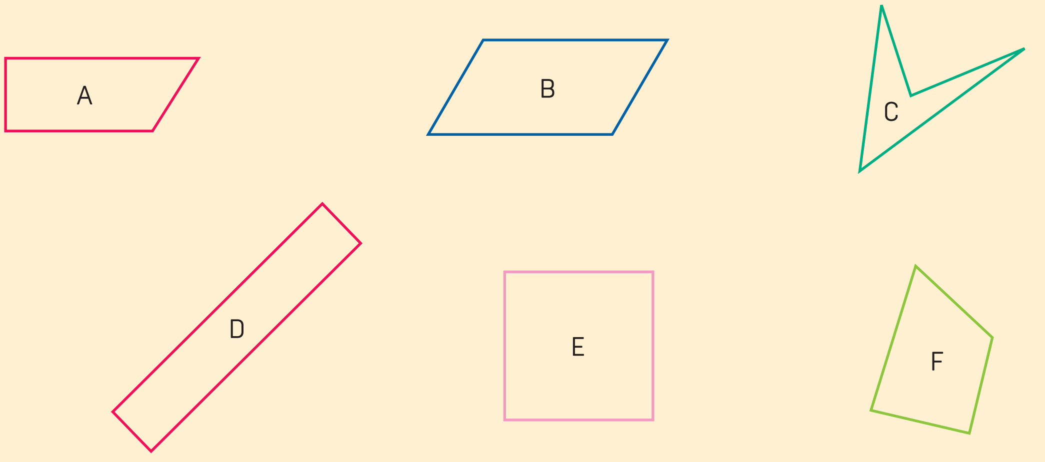


Exercícios

1. Completa o quadro, escrevendo o nome de cada paralelogramo na primeira coluna e «sim» ou «não» nas outras colunas, atendendo às propriedades.

Paralelogramos	4 lados	1 par de lados paralelos	2 pares de lados paralelos	4 ângulos	4 lados iguais
 ______					
 ______					
 ______					
 ______					
 ______					

2. Observa os polígonos.



Indica:

a) Os quadriláteros.

b) Os trapézios.

c) Os rectângulos.

d) Os paralelogramos rectângulos.

e) Os paralelogramos não rectângulos.

f) Os quadrados.

3. Assinala se são verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**) as seguintes afirmações:

- [ ] Os losangos têm lados iguais.
- [ ] Os losangos são quadrados.
- [ ] Os quadrados são rectângulos.
- [ ] Todos os quadriláteros são trapézios.
- [ ] Todos os trapézios são quadriláteros.
- [ ] Todos os paralelogramos são quadriláteros.
- [ ] Todos os quadriláteros são paralelogramos.
- [ ] Os rectângulos são paralelos.
- [ ] Os trapézios são paralelogramos.
- [ ] Os rectângulos não são quadrados.

4. Com ajuda da régua e do esquadro, desenha:

a) Um paralelogramo.

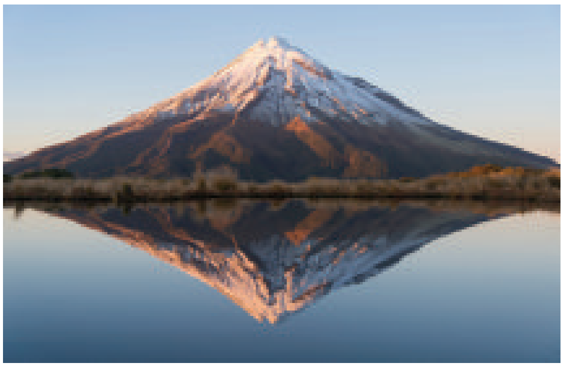
b) Um quadrado.

c) Um rectângulo.

2.3 Simetria

A simetria é definida como tudo aquilo que pode ser dividido em duas partes, sendo que ambas as partes devem coincidir quando sobrepostas.

Se olhares à tua volta verificarás que a simetria está presente nas artes ou na Matemática, mas também na Natureza, como podes observar nestas figuras.



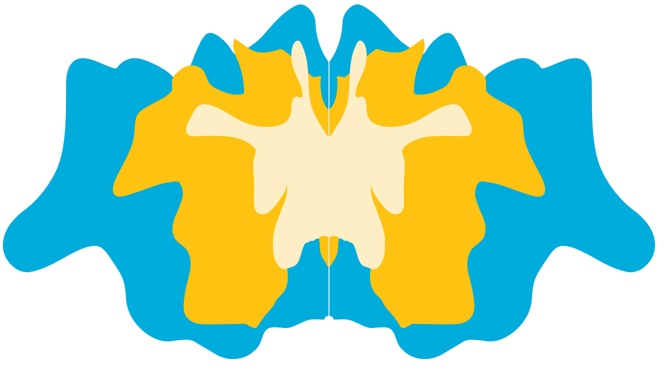
Eixo de simetria e bissectriz de um triângulo

Eixo de simetria

O eixo de simetria de uma figura é a linha que divide essa figura em duas partes iguais.

Faz a experiência seguinte:

- Despeja uma porção de tinta numa folha de papel.
- Dobra a folha de modo que a tinta se espalhe do outro lado do vinco da dobra.

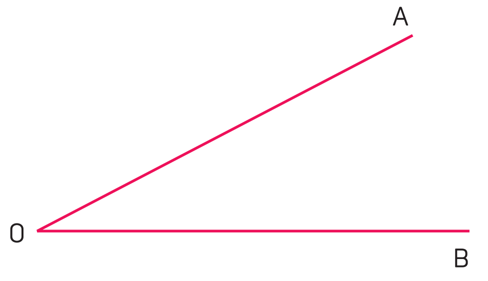


Podes observar que a figura obtida tem duas partes iguais, para cada um dos lados da dobra. O vinco da dobra representa o **eixo de simetria**.

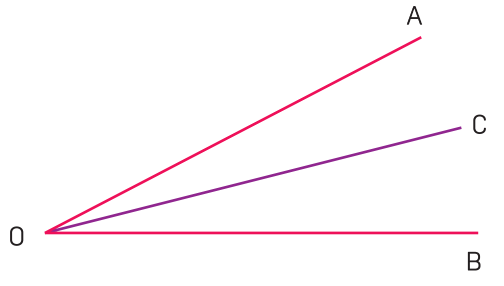
Reproduz, no teu caderno, as figuras apresentadas nesta página e representa o eixo de simetria.

Bissectriz de um ângulo

Representa um ângulo numa folha de papel. Mede a sua amplitude e regista-a.



Dobra a folha de papel, sobrepondo os lados de um ângulo, e assinala o eixo de simetria.



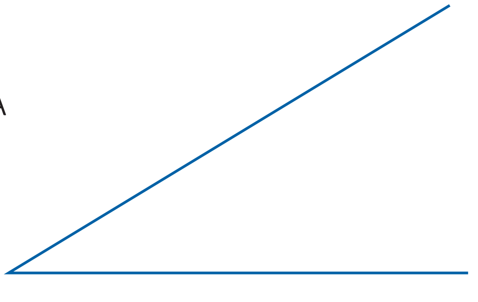
Com um transferidor, mede a amplitude de dois ângulos.

Com certeza constataste que o ângulo $A\widehat{O}B$ ficou dividido em dois ângulos com a mesma amplitude; a semi-recta $\overline{OC}$ é o eixo de simetria.

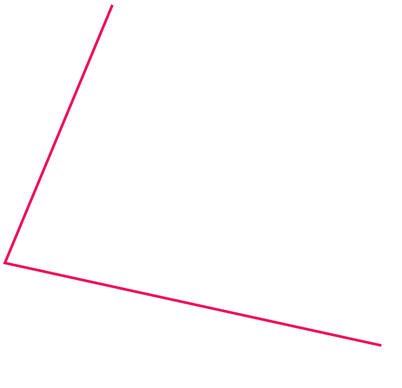
O eixo de simetria de um ângulo chama-se **bissectriz**.
A bissectriz divide o ângulo em duas partes iguais.

Usa agora o transferidor para representar o eixo de simetria dos seguintes ângulos:

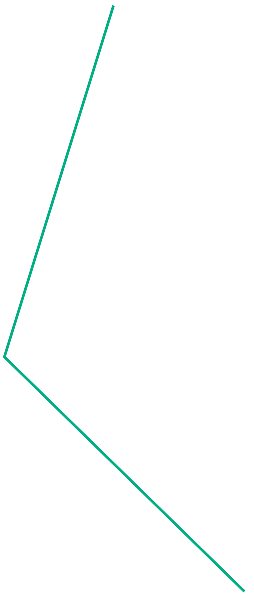
A



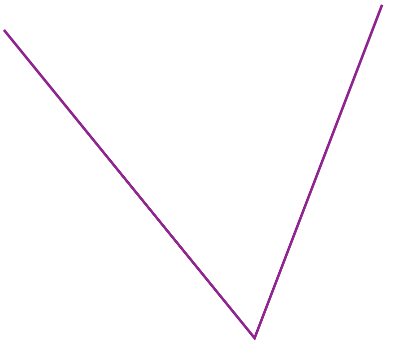
B



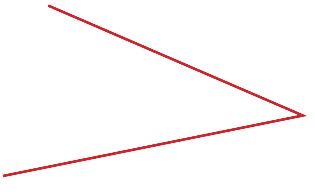
C



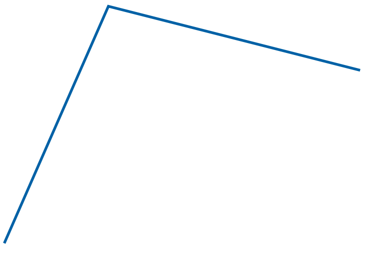
D



E

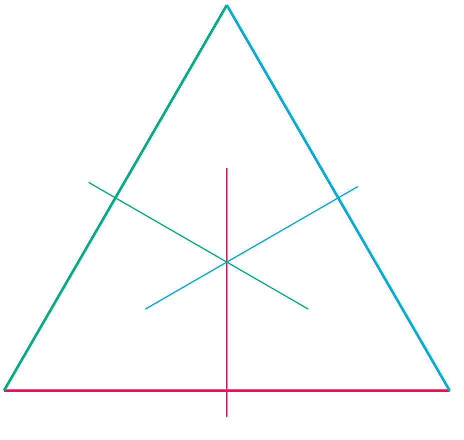


F



Bissectrizes de um ângulo

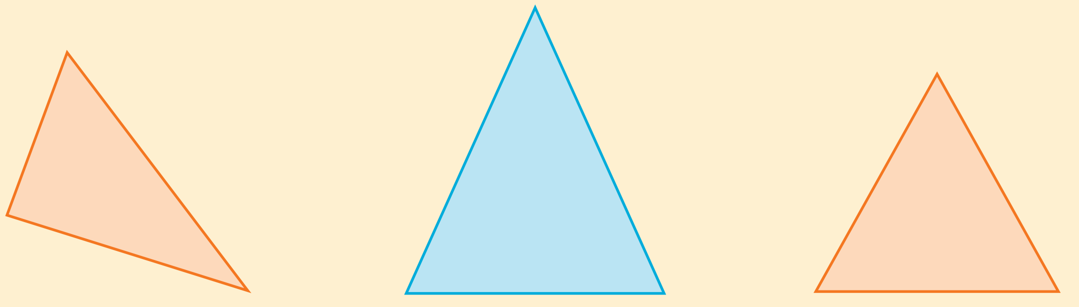
Sabes que os triângulos têm três ângulos. Podes traçar a bissectriz de cada ângulo.



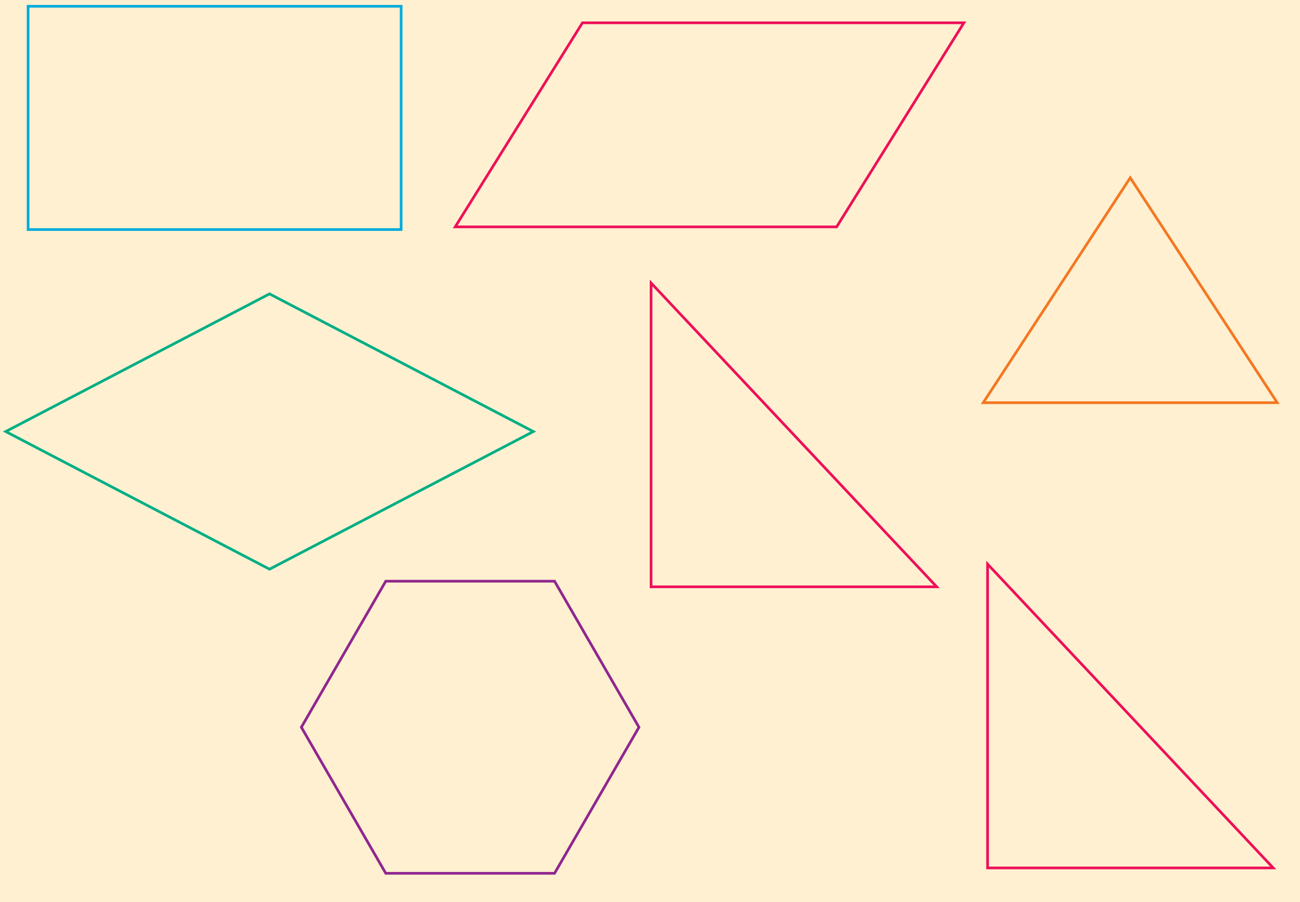
Verificaste que as bissectrizes se intersectam num ponto.
Este ponto chama-se **unicentro**.

Exercícios

1. Traça a bissectriz de cada ângulo dos triângulos seguintes.



2. Traça o eixo de simetria das figuras seguintes.



Repara:
Os pontos e figuras do plano que coincidem quando se dobram pela recta de dobragem estão situados simetricamente em relação a essa recta.

2.4 Áreas e volumes

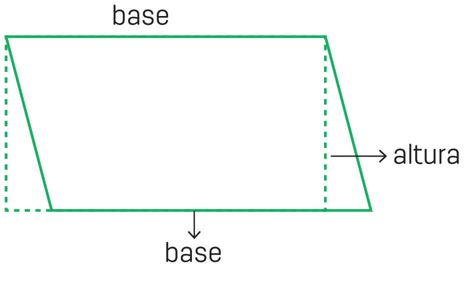
Áreas de paralelogramos, de triângulos e de círculos

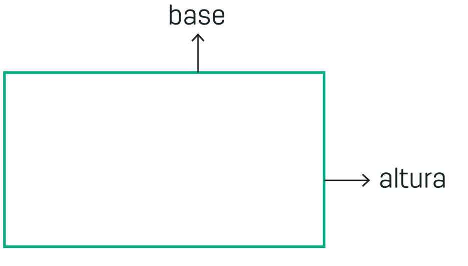
Nas classes anteriores, já aprendeste a calcular as áreas das figuras acima referidas. Recordas também que as figuras equivalentes são as que têm a mesma área, embora tenham formas diferentes.

Área de paralelogramos

Vamos calcular a medida da área do paralelogramo, usando papel ponteado. Constrói um rectângulo equivalente. Cortamos o triângulo à direita e juntamos à esquerda, obtendo um rectângulo equivalente.

O rectângulo obtido e o paralelogramo têm a mesma medida da base (b) e a mesma medida da altura (a).

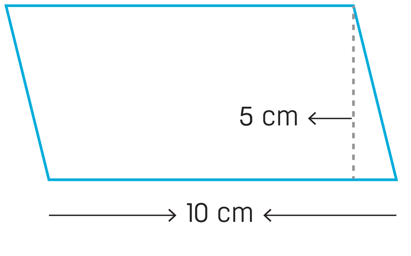


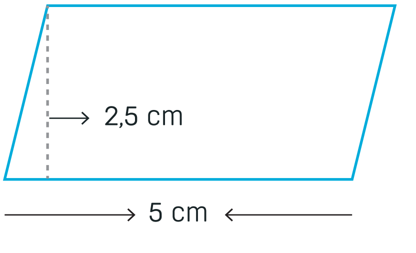


Como sabes, a medida da área do rectângulo é **A = b** $\times$ **a**. Portanto, a medida da área do paralelogramo será também **A = b** $\times$ **a**.

A área do paralelogramo é igual ao produto da base pela altura.

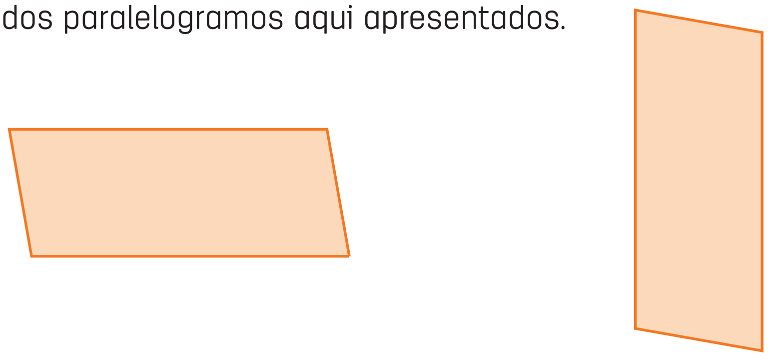
1. Calcula a área dos paralelogramos seguintes.





2. Se a área de um paralelogramo é igual a 17,68 cm^2 e se a medida da altura é 3,4 cm, determina a medida da base do paralelogramo.

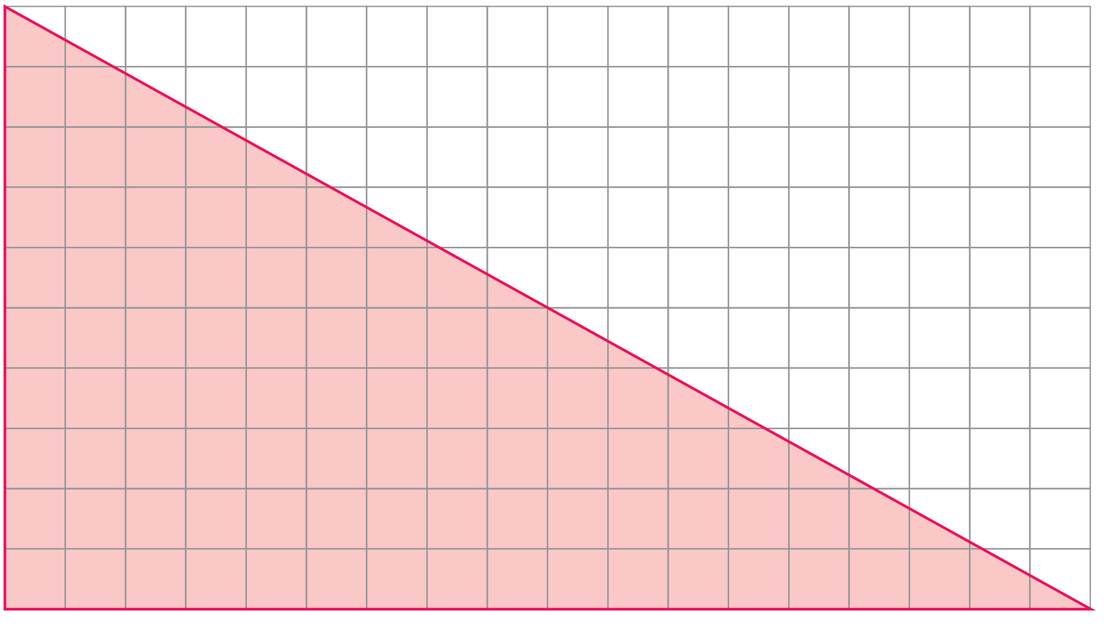
3. Traça a altura dos paralelogramos aqui apresentados.



Área de triângulos

Vais agora aprender como se obtém a área de um triângulo. Conta o número de quadrículas do rectângulo.

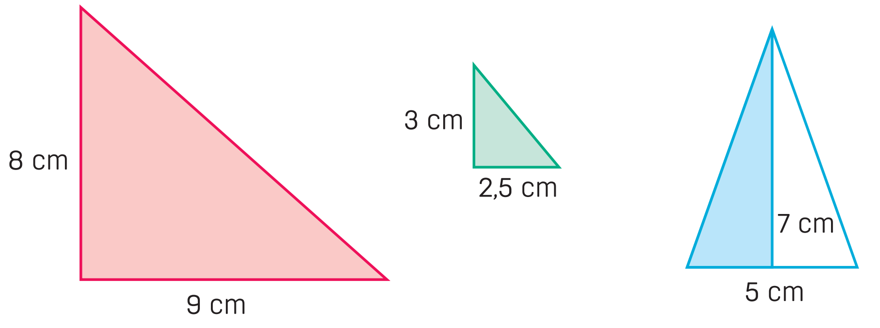
Quantas quadrículas tem o triângulo colorido?



Observaste que há 180 quadrículas no rectângulo e 90 no triângulo. Como a área do rectângulo é igual a **b** × **a** (**b** é a base e **a** é a altura), logo, a área do triângulo é igual a:

$$A = \frac{a \times b}{2} \qquad \text{ou} \qquad A = \frac{b \times h}{2}$$

1. Calcula a área de cada uma das superfícies coloridas.

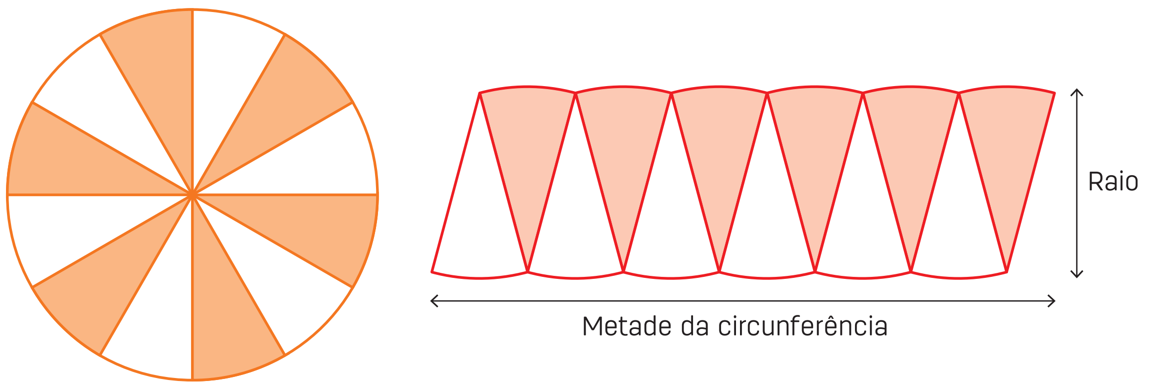


2. Desenha no teu caderno vários triângulos de diferentes dimensões. Tira as dimensões e calcula a área de cada um.

Área de círculos

Cálculo da medida da área de um círculo

Traça um círculo numa cartolina e divide-o em 12 sectores idênticos. Recorta esses sectores e coloca-os, como se vê na figura à direita, de modo a obteres aproximadamente um paralelogramo.



Podes concluir que:

- O comprimento da figura é aproximadamente metade do perímetro do círculo.
- A sua altura é aproximadamente idêntica ao raio do círculo.
- A área da figura é aproximadamente idêntica à área do círculo.

A área do círculo = metade do perímetro × raio

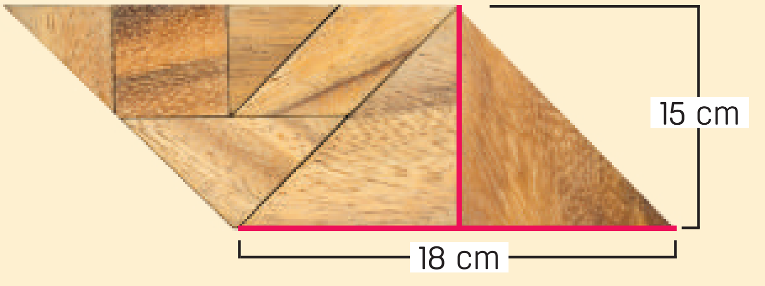
$$\text{Área do círculo} = \frac{P}{2} \times r = \frac{2\Pi r}{2} \times r = \Pi \times r \times r = \Pi r^2$$

$$A_{\bigcirc} = \Pi \times r^2$$

Exercícios

1 Calcula a medida da área de um paralelogramo cuja base mede 8 cm e a altura mede 3 cm.

2 O Júlio obteve a forma de um paralelogramo, ao jogar com as peças de um jogo. Observa a figura abaixo e calcula a medida da área.



3 Calcula a área de um círculo cujo diâmetro mede 3 cm.

4. Completa a tabela seguinte com as medidas em falta.

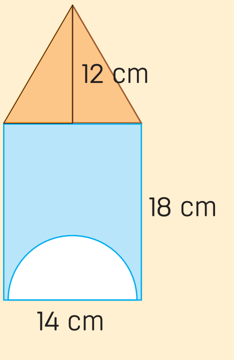
Raio em cm	Diâmetro em cm	Área em cm^2	Perímetro
5			
	13	13	
			87,92
	124	124	

5. De uma tábua de madeira com 32 cm de largura e 2 m de comprimento foram recortados discos com 16 cm de raio.

a) Qual é o número máximo de discos que foram recortados?

b) Qual é a área da tábua de madeira que foi desperdiçada?

6. Observa a figura abaixo, que representa uma peça de um jogo. Determina a área da superfície colorida.



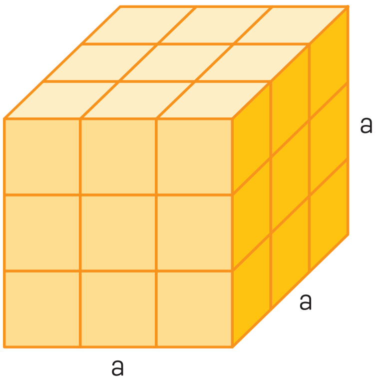
Volumes de prismas e de cilindros

Volume de prismas

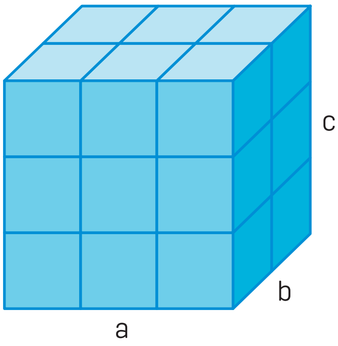
Volume de prismas cuja base é um paralelogramo

Sabes que um paralelepípedo rectângulo é um prisma rectangular.

Sabes também calcular o volume de um paralelepípedo rectangular e de um cubo. Podes aplicar a mesma fórmula para calcular o volume do prisma recto cuja base é um paralelogramo.



$$V = \underbrace{a \times a}_{\text{área da base}} \times \underbrace{a}_{\text{altura}}$$



$$V = \underbrace{a \times b}_{\text{área da base}} \times \underbrace{c}_{\text{altura}}$$

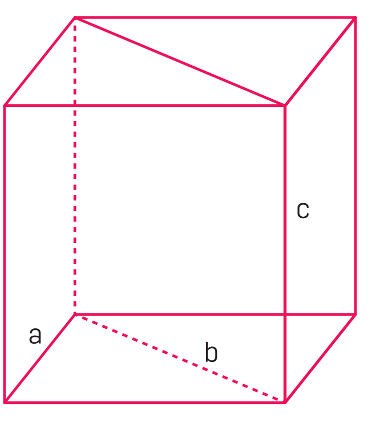
O volume do prisma (cuja base é um paralelogramo) calcula-se multiplicando a medida da área da base pela altura.

Volume de prismas triangulares rectos

A figura mostra um paralelepípedo rectangular (prisma quadrangular recto) decomposto em dois prismas triangulares iguais.

Ora, o volume do paralelepípedo = a × b × c.

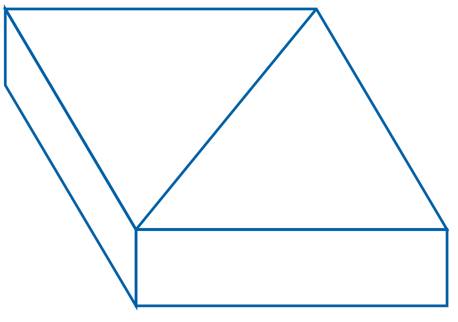
Assim, o volume de cada prisma triangular é a metade de $a \times b \times c$, ou seja, $V = \frac{a \times b \times c}{2}$ e, como $\frac{a \times b}{2}$ é a medida da área da base (triângulo) do prisma triangular, podemos escrever:

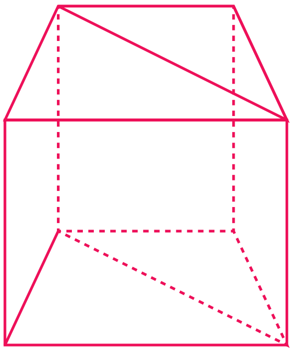


Volume do prisma triangular: $V = A_b \times h$

Volume de prismas rectos não triangulares

Qualquer prisma recto pode ser considerado uma composição aditiva de prismas triangulares rectos que têm a mesma altura que o prisma inicial e as bases cujas áreas somam a área da base do mesmo prisma.





O volume de qualquer prisma recto calcula-se multiplicando a medida de área de base pela altura.

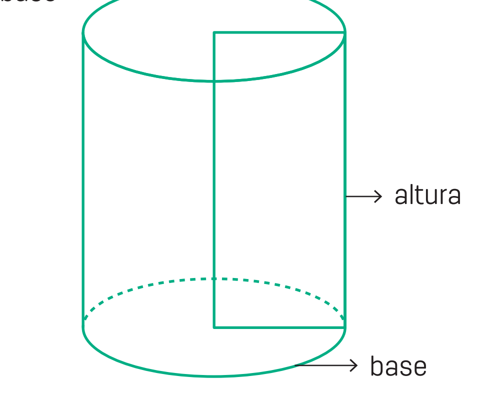
1. Calcula o volume de um prisma recto cujas bases são triângulos rectângulos e cujos catetos medem, respectivamente, 4,2 cm e 3,8 cm. A altura do prisma é de 5 cm.

2. Calcula o volume de um prisma quadrangular cuja área da base mede 25 cm^2 e a sua altura 8 cm.

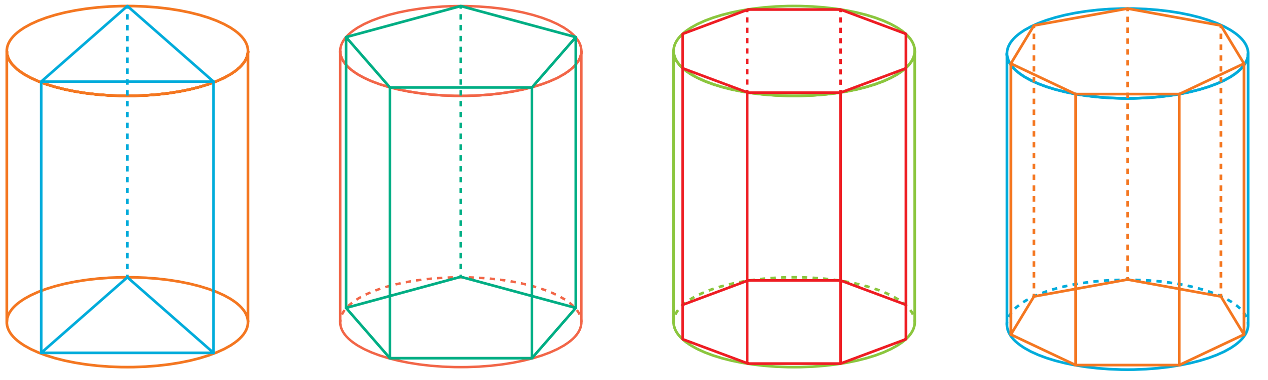
Volume de cilindros

O cilindro é limitado por:

- duas faces planas, que são círculos e que representam as bases do cilindro;
- uma superfície curva, à qual se chama superfície lateral.



Vamos inscrever prismas nesses cilindros.

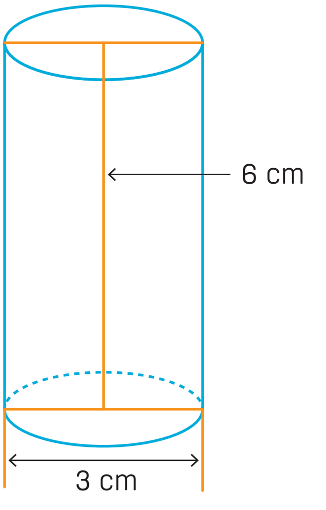


Observaste que, à medida que o número de lados do polígono da base aumenta, o prisma inscrito se aproxima cada vez mais do cilindro.

Para calcular o volume do cilindro, aplica-se a fórmula do cálculo da medida do volume do prisma. Como as bases do cilindro são círculos, o cálculo da medida do volume do cilindro é dado por $V = \Pi \times r^2 \times$ altura.

A medida do volume de um cilindro é igual ao produto da medida da área da base pela medida da altura.

$$V = \Pi \times r \times h$$



Exemplo: calcula o volume do cilindro representado na figura ao lado.

$V_c = A_b \times h$

$A_b = \Pi \times r^2 = [3{,}14 \times (1{,}5)^2]\ cm^2$

$= 7{,}065\ cm^2 = 0{,}7065\ cm^2$

$V_c = 0{,}7065\ cm^2 \times 6\ m = 4{,}239\ m^3$

1. Calcula o volume de um cilindro que tem 10 cm de diâmetro e 10 cm de altura.

2. Completa no quadro os dados em falta.

Diâmetro	Raio	Área	Altura	Volume
13 cm			3,5 cm	
	6 cm		4 cm	
		$7{,}85\ cm^2$		$8{,}635\ cm^3$
			2,1 cm	$424{,}116\ cm^3$

Tema 3
Proporcionalidade

3.1 Sucessões numéricas

Noção de sucessão

Repara na situação que te apresentamos. Um camponês cultivou durante seis dias as seguintes áreas:

No 1.º dia cultivou 2,5 ha.

No 2.º dia cultivou 2 ha.

No 3.º dia cultivou 3 ha.

No 4.º dia cultivou 1 ha.

No 5.º dia cultivou 2,5 ha.

No 6.º dia cultivou 3 ha.

Representamos numa tabela os dias e as áreas cultivadas.

Dias	1	2	3	4	5	6
Áreas cultivadas	2,5	2	3	1	2,5	3

2,5; 2; 3; 1; 2,5; 3 é uma sucessão numérica.
Cada número natural 1, 2, 3, 4, 5, 6 corresponde a um só número da sucessão.
Cada número da sucessão chama-se **termo**.

1 é portanto, no caso apresentado, o quarto termo da sucessão.

Indica o 2.º e o 5.º termos da seguinte sucessão:

$$\frac{1}{3};\ \frac{2}{3};\ \frac{3}{3};\ \frac{4}{3};\ \frac{5}{3};\ \frac{6}{3};\ \frac{7}{3}$$

Completa as sucessões seguintes:

- 2, 4, 6, 8, ..., ..., 14, ..., ..., ..., 22
- 0, 5, 10, 15, ..., ...

Sucessões numéricas proporcionais

Uma sucessão numérica é uma sequência de números escritos segundo uma certa ordem estabelecida.

Vamos analisar em seguida dois exemplos.

a)

1.ª Sucessão	1	2	3	4	5
2.ª Sucessão	3	5	6	7	10

b)

1.ª Sucessão	1	2	3	4	5
2.ª Sucessão	2	4	6	8	10

Mediante comparação, verificamos:

- Nos dois exemplos acima, cada termo da segunda sucessão é maior do que o seu correspondente na primeira.
- No exemplo **b)** obtemos cada termo da segunda sucessão multiplicando por 2 o termo correspondente da primeira ou, vice-versa cada termo da primeira sucessão obtém-se multiplicando por $\frac{1}{2}$ o termo correspondente da segunda. Mas tal não se verifica nas sucessões do exemplo **a)**.

A relação que existe entre as duas sucessões do exemplo b) tem o nome de **proporcionalidade** e as sucessões referidas chamam-se **sucessões numéricas proporcionais**.

Duas sucessões numéricas são **proporcionais**, se cada termo de uma sucessão se obtiver multiplicando por um factor constante o termo correspondente da outra. Este factor denomina-se **factor de proporcionalidade**.

Para investigar se duas sucessões numéricas são proporcionais, formamos os quocientes de cada dois termos correspondentes.

Se todos estes **quocientes são iguais**, então as **sucessões numéricas são proporcionais**.

Proporcionalidade directa e inversa

Um automobilista percorre 30 km por dia. Quantos quilómetros percorre o automobilista em dois, quatro, cinco, oito e dez dias?

Colocamos os resultados numa tabela.

Dias	2	4	5	8	10
Distância em km	60	120	150	240	300

Obtemos assim duas sucessões: a sucessão representada pelo número de dias e a distância correspondente percorrida.

a) 2 4 5 8 10

b) 60 120 150 240 300

Repara que em dois dias o automobilista percorreu 60 km:

$$2 \times 30 \text{ km} = 60 \text{ km}$$

Em 4 dias, o automobilista percorreu 120 km:

$$4 \times 30 = 120 \text{ km}$$

As duas sucessões são proporcionais.

Porque, para obter a sucessão b), terá de se multiplicar cada termo da primeira sucessão por uma constante (neste caso por 30) e, vice-versa, para obter a primeira sucessão, terá de se multiplicar cada termo da segunda sucessão por uma **constante de proporcionalidade** (neste caso por $\frac{1}{30}$).

> Duas sucessões são ditas proporcionalidades directas se os quocientes entre os termos correspondentes dessas sucessões forem iguais.

As duas sucessões são chamadas **proporcionalidades directas**, sendo o valor 30 a sua **constante**.

$$\frac{60}{2} = \frac{120}{4} = \frac{150}{6} = \frac{240}{8} = \frac{300}{10} = 30$$

No caso de proporcionalidades inversas, as constantes são directamente inversas.

Dos quadros seguintes, quais são proporcionalidades directas? Porquê?

A	1	2	3	4	5
B	6	12	18	24	30

C	10	15	20	24	30	35
D	2	3	4	5	6	7

E	1	2	3	4	5
F	10	20	30	40	50

G	14	16	18	20	22	24
H	7	8	9	10	11	12

Sistema de coordenadas rectangulares.

Pares ordenados (abcissa e ordenada)

Dois termos correspondentes de duas sucessões numéricas formam um par numérico. Sejam as duas sucessões numéricas proporcionais.

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Y	3	6	9	12	15	18	21	24	27

Se se determinar qual dos números de um par numérico se deve nomear primeiro, então o par denomina-se **par numérico ordenado**.

Assim, os pares ordenados (x,y) são:

(1,3); (2,6); (3,9); (4,12); (5,15); (6,18); (7,21); (8,24); (9,27).

E os pares ordenados (y,x) serão:

(3,1); (6,2); (9,3); (12,4); (15,5); (18,6); (21,7); (24,8); (27,9)

Representação gráfica da proporcionalidade directa

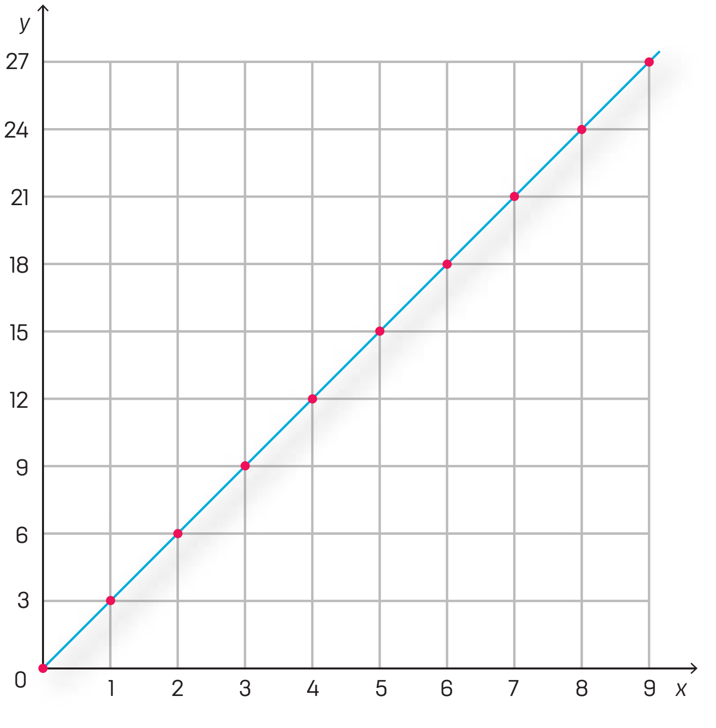
Podes representar números fraccionários mediante pontos numa semi-recta numérica e podes representar graficamente pares numéricos ordenados numa parte de plano. Para os representar, traçam-se duas semi-rectas numéricas perpendiculares entre si e de origem 0. Estas duas semi-rectas numéricas formam o sistema de coordenadas rectangulares (sistema cartesiano). Cada uma delas chama-se **eixo de coordenadas**.

Os eixos de coordenadas representam-se frequentemente por **x** e **y**. O eixo de coordenadas representado por **x** denomina-se **eixo das abcissas**; o eixo de coordenadas representado por **y** designa-se por **eixo das ordenadas**.

Os pares ordenados das sucessões precedentes são, portanto, representados num sistema de coordenadas (sistema cartesiano).

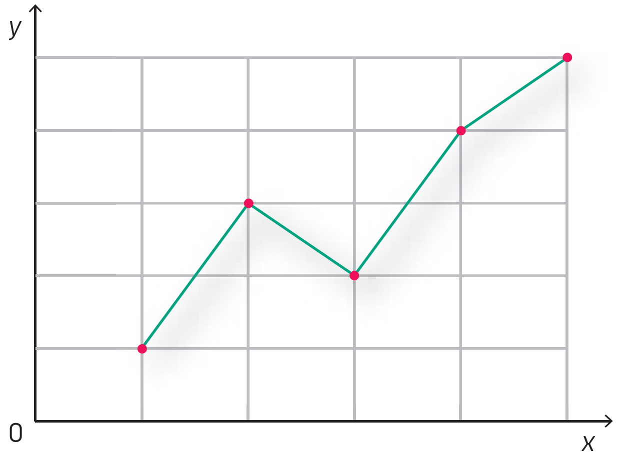
Se existe proporcionalidade directa, todos os pontos da representação gráfica desta proporcionalidade estão situados numa mesma recta, que passa pela origem, representada por um ponto (**O**).

Exemplo:
O gráfico seguinte representa uma situação onde existe proporcionalidade directa.



Se não existe proporcionalidade directa, então os pontos da representação gráfica não estarão situadas numa recta.

Exemplo:
O gráfico seguinte representa uma situação onde não existe proporcionalidade directa.



Exercícios

1. A tabela seguinte refere-se a duas sucessões.

Tempo (h)	2	5	2,5	6	9	11
Distância (km)	120	300	150	360	540	660

a) Indica se nas duas sucessões há proporcionalidade directa.

b) No caso de serem proporcionalidades directas, calcula a constante de proporcionalidade.

2. Nas duas sucessões numéricas dadas a seguir, indica os 5 primeiros termos.

a) A cada número natural faz-se corresponder o seu duplo.

b) A cada número natural faz-se corresponder o número que se obtém ao multiplicá-lo por $\frac{3}{2}$.

c) A cada número natural faz-se corresponder o seu triplo, diminuído em 2,5.

d) A cada número natural faz-se corresponder o seu quadrado.

3. Investiga as sucessões numéricas (I) e (II) indicadas abaixo e verifica se são proporcionais.

Fundamenta as tuas afirmações.

Indica, em cada caso, a constante de proporcionalidade.

a) (I) 1; 2; 3; 4; 5; 6

(II) 3; 6; 9; 12; 15; 18

b) (I) 2; 4; 6; 8; 10; 12

(II) 3; 5; 7; 9; 11; 13

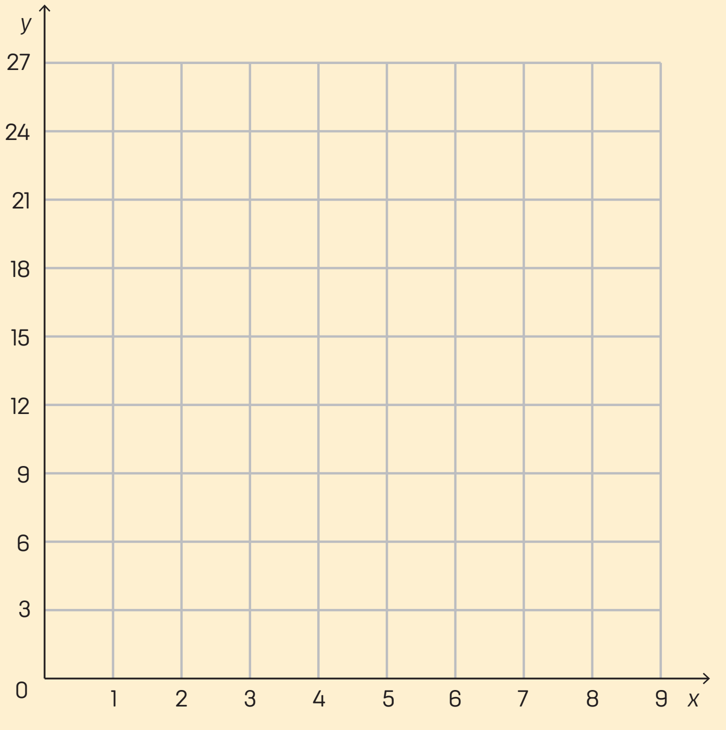
c) (I) 48; 42; 36; 30; 24; 18

(II) 24; 21; 18; 15; 12; 9

d) (I) 3; 5; 7; 9; 11

(II) $2; \frac{10}{3}; \frac{11}{3}; 6; \frac{22}{3}$

4. Representa, no teu caderno, num sistema de coordenadas rectangulares a relação entre sucessões numéricas (I) e (II).



5. Determina o factor (constante) de proporcionalidade para as sucessões numéricas proporcionais.

a) 1; 2; 3; 4; 5; 6

3; 6; 9; 12; 15; 18

b) 2; 3,5; 5; 6,5; 8

3; 5,25; 7,5; 9,75; 12

c) 2; 4; 6; 8; 10

18; 9; 6; 4,5; 3,6

3.2 Proporções e percentagens

Noção de proporção. Termos de uma proporção.
Identidade fundamental de uma proporção

Noção de proporção

Numa turma da 6.ª classe, há duas alunas para um total de 9 alunos, isto é, duas alunas para cada 9 alunos ou ainda 2 para 9 ou 2 : 9 ou $\frac{2}{9}$ ou (2 : 9).

Representa um quociente que permita comparar dois números.

O quociente indicado entre dois números **a** e **b** (em que b ≠ 0) chama-se razão entre eles,

$$a : b \text{ ou } \frac{a}{b}$$

Na razão, **a** é o **antecedente** e **b** é o **consequente**.

A Joana comprou 8 kg de carne a 80 kz num supermercado e a sua irmã comprou 5 kg no talho e pagou 50 kz.

Exprimimos esses dados sob a forma de quocientes e comparamos.

$$80 = \frac{10}{8} \quad \text{e} \quad 50 = \frac{10}{5}$$

As fracções $\frac{80}{8}$ e $\frac{50}{5}$ são equivalentes porque as razões que apresentam são iguais.

Logo, podemos escrever: $\frac{80}{8} = \frac{50}{5}$ ou 80 : 8 = 50 : 5

Esta igualdade lê-se: 80 está para 8 como 50 está para 5.

Uma igualdade entre duas razões a : b = c : d ou $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ chama-se **proporção**.

Termos de uma proporção

Consideremos, por exemplo, a proporção:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \text{ ou } a : b = c : d$$

a, b, c e d são termos da proporção. O antecedente da primeira razão (a) e o consequente da segunda razão (d) são chamados **extremos** da proporção. O consequente da primeira razão (b) e o antecedente da segunda razão (c) são chamados **meios** da proporção.

extremos

$a : b = c : d$

meios

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ou $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

extremos meios

Na proporção $\frac{5}{3} = \frac{10}{6}$, 5 e 6 são extremos, 3 e 10 são meios.

Identidade fundamental de uma proporção

Seja a proporção $\frac{3}{5} = \frac{12}{20}$

Multiplicamos os meios: $5 \times 12 = 60$

Multiplicamos os extremos: $3 \times 20 = 60$

Assim, $5 \times 12 = 3 \times 20$

Numa proporção, o produto dos meios é igual ao produto dos extremos. Isto verifica-se para todas as proporções.

Se $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ (b, d $\neq$ 0), então $b \times c = a \times d$

1. Forma duas razões iguais dos quatro números dados.

- 14, 26, 28, 13
- 4, 12, 6, 18
- 5, 4, 10, 8
- 5, 3, 25, 15

2. A partir da propriedade fundamental das proporções, resolve as seguintes equações.

- $\frac{\times}{12} = \frac{9}{36}$
- $\frac{\times}{15} = \frac{72}{4}$
- $\frac{0{,}4}{0{,}8} = \frac{3}{\times}$
- $\frac{8}{\times} = \frac{24}{3}$
- $\frac{0{,}6}{3} = \frac{\times}{6}$
- $\frac{9}{2} : \frac{9}{7} = \times : \frac{5}{7}$

3. Comprova se as seguintes proporções são proposições verdadeiras.

- $\frac{3}{4} : 1 = 1\frac{1}{2} : 2$
- $\frac{2{,}4}{1{,}5} : \frac{2{,}1}{1{,}4}$
- $10 : 1{,}2 = 2{,}5 : 3$
- $\frac{2}{3} : \frac{3}{2} = \frac{1}{5} : \frac{3}{10}$

4. Uma escola do Ensino Primário tem turmas da 5.ª e 6.ª classes. O número de alunos da 5.ª classe é dois terços do número de alunos da 6.ª classe.

- Escreve a razão entre os alunos da 5.ª classe e os da 6.ª classe.
- Como estão matriculados 360 alunos na 6.ª classe, quantos alunos tem a escola?

Percentagens (valor percentual, valor de base e percentagem)

Já certamente ouviste falar muitas vezes em percentagens.

Percentagem indica uma proporção calculada em relação ao número 100 (por cem).

É representada pelo símbolo **%.**

Exemplos:

- aumento do salário de 10%;
- o preço da gasolina aumentou 3%;
- durante o mês de Dezembro fizemos um desconto de 30% sobre os nossos preços.

Mas o que é que significa tudo isto?

- 10% de aumento de salário significa que em cada 100 kz aumentam 10 kz.
- 3% de aumento do preço da gasolina significa que em cada 100 kz que se pagava devem aumentar 3 kz.
- 30% de desconto significa que em cada 100 kz gastos há um desconto de 30 kz.

Uma percentagem é, portanto, uma razão expressa em centésimas, isto é, uma razão cujo consequente (denominador) é 100.

Ora, para se aplicar esta noção na prática e calcular percentagens, usa-se uma **notação**, em que o **valor de base** é sempre 100, sendo o **valor percentual** variável.

Lê o exemplo seguinte com atenção.

Notação: $\frac{10}{100}$ ou 10% = 0,10 (lê-se **dez por cento**).

$\frac{5}{100}$ ou 5% = 0,05

Completa:

- 56% = ________
- 130% = ________
- 1,04 = ________ = ________%
- 19,6 = $\frac{196}{}$

Calcula: 15% de 300.

Tu já sabes: 15% = $\frac{15}{100}$ e $\frac{15}{100}$ de 300 é o mesmo que $\frac{15}{100} \times 300 = 45$.

Ou seja, $0{,}15 \times 300 = 45$

1. Calcula:

- 12% de 20
- 5% de 8
- 25% de 40
- 70% de 1000
- 85% de 50
- 32% de 80

2. Um quadrado tem 2,5 cm de lado. Numa fotocopiadora o lado do quadrado foi ampliado 130%. Qual o perímetro do quadrado?

Conversão de fracções ordinárias em percentagens

Exemplo:

Converte $\frac{2}{5}$ em percentagem.

Escreve a fracção $\frac{2}{5}$ em fracção decimal. Para termos 100 no denominador, temos de multiplicar os dois termos da fracção por 20.

Assim, $\frac{2}{5} = \frac{2 \times 20}{5 \times 20} = \frac{40}{100}$, logo $\frac{4}{100}$ = 40%.

Converte agora $\frac{5}{8}$ em percentagem.

Transformamos $\frac{5}{8}$ em número decimal $\frac{5}{8} = 0{,}625$.

Transformamos o número decimal em fracção decimal $0{,}625 = \frac{625}{1000}$

Reduzimos $\frac{625}{1000}$ a um denominador 100.

Assim $\frac{625}{1000} = \frac{62{,}5}{100}$ ou 62,5%

1. Reduz as seguintes fracções ordinárias a percentagens.
   - $\frac{1}{8}$
   - $\frac{1}{2}$
   - $\frac{3}{4}$
   - $\frac{1}{5}$
   - $\frac{3}{5}$
   - $\frac{2}{3}$
   - $\frac{1}{25}$
   - $\frac{5}{6}$
2. Numa turma de 30 alunos, 10% reprovaram em Matemática. Quantos alunos passaram?
3. Um livreiro comprou 50 cadernos a 75,00 kz. Se vendeu os 50 cadernos a 100,00 kz, calcula o lucro em percentagem.

4. A Deolinda obteve uma redução de 20% no custo de umas calças que custavam 350,00 kz. Quanto custaram as calças?
5. O Pedro obteve um desconto de 15% que corresponde a 30 000,00 kz na aquisição de 25 sacos de açúcar. Quanto pagou afinal?

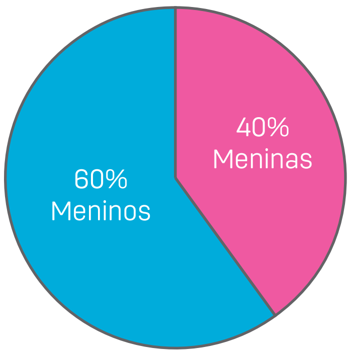
Gráficos circulares

As **percentagens** podem ser representadas por **gráficos circulares**.

Um círculo corresponde a 100%, ou seja, $\frac{100}{100} = 1$

Vejamos um exemplo: numa escola há 40% de alunos do sexo feminino.

No gráfico circular abaixo estão representados os alunos de ambos os sexos.



Como se representa 40% num gráfico circular? Um círculo tem 360° (como um ângulo giro).

Calcula-se 40% de 360°: $\frac{400}{100} \times 360° = 144°$

Exercícios

1. Traça um raio, por exemplo [OA], com vértice em O e com um lado sobre [OA]. Desenha-se um ângulo de 144° de amplitude.
2. Um inquérito efectuado a 360 pessoas indicou que:
   - 49% são assalariados;
   - 15% são agricultores;
   - 35% têm profissões liberais;
   - 10% são desempregados.

   a) Calcula o número de pessoas dentro de cada categoria.

   b) Constrói um gráfico circular referente às percentagens indicadas em 1.

Escala

Quando as distâncias num mapa, numa planta ou num desenho são directamente proporcionais às distâncias reais, dizemos que o mapa, a planta ou o desenho foram feitos à «escala», sendo a escala a constante de proporcionalidade.

Lê agora o seguinte diálogo:

– Ó Mimi, podes desenhar a tua casa numa folha?

– Não posso, Sandra, pois as dimensões da minha casa são maiores do que as da minha folha.

– Podes sim, reduzindo as dimensões. Se a tua casa tem 9 m de comprimento e 7 de largura, podes representar essas dimensões no desenho da seguinte maneira:

Dimensões reais	**Dimensões do desenho**
9 m de comprimento	9 cm de comprimento
7 m de largura	7 cm de largura

Assim, posso desenhar a minha casa numa folha.

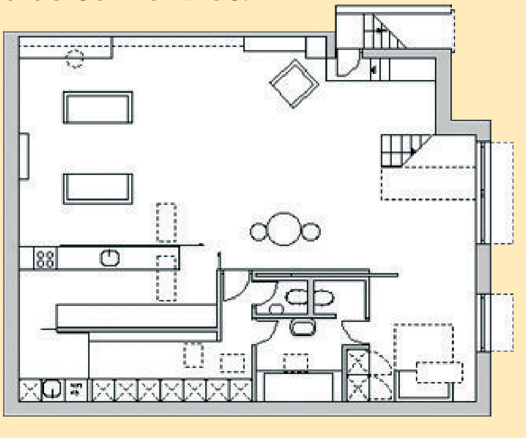
A Mimi desenhou a sua casa numa escala de $\frac{1}{100}$; isto significa que, se no desenho ela tem 10 cm, na realidade tem 100 cm ou 1 m.

Chama-se **escala** à razão entre as dimensões do desenho e as correspondentes dimensões reais.

$$\text{Escala} = \frac{\text{Dimensões no desenho}}{\text{Dimensão real}}$$

Exercícios

1. Observa a planta da casa do senhor Dias.



Quais as dimensões reais dos quartos, se foram feitos com a escala $\frac{1}{500}$?

2. Um mapa está feito à escala de $\frac{1}{500\,000}$

A distância entre as duas cidades é de 60 km.

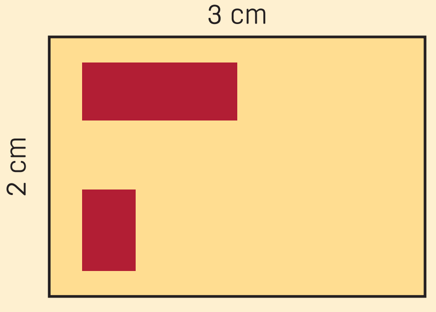
Qual é a distância que separa as duas cidades no mapa?

3. Duas cidades estão distanciadas por 250 km.

Qual é a distância entre estas duas cidades em mapas cujas escalas são de:

$$\frac{1}{1\,000\,000} \quad \text{e} \quad \frac{1}{5\,000\,000}$$

4. Um quarto tem as seguintes medidas: 6 m de comprimento e 4 m de largura. No desenho, estas medidas estão representadas por 3 cm e 2 cm.



Calcula a escala em que foi feito o desenho.

5. Que comprimentos têm na realidade os seguintes segmentos com a escala de $\frac{1}{1\,000\,000}$ se no mapa têm:

a) 5 cm, 8 cm e 10 cm?

b) 1 mm, 4 mm e 8 mm?

6. Traça a planta duma sala de aula na escala $\frac{1}{100}$. A sala tem forma retangular, com 9 m de comprimento e 6 m de largura.

7. Que comprimento devem ter os segmentos que representam na escala $\frac{1}{1\,000\,000}$ as distâncias 1 km, 5 km, 700 m, 5 km e 300 m?

8. Duas aldeias estão situadas a uma distância de 9 cm uma da outra num mapa de escala 1 /50 000. Calcula a distância real entre as duas aldeias.

9. Calcula o comprimento num mapa de escala $\frac{1}{1\,000\,000}$ cuja distância real é de 250 km.

10. Um terreno é representado numa planta com 10 cm de comprimento e 7 cm de largura.

Sabendo que as dimensões reais são na ordem de 50 km e 35 km, calcula a escala em que foi representado o terreno.


10

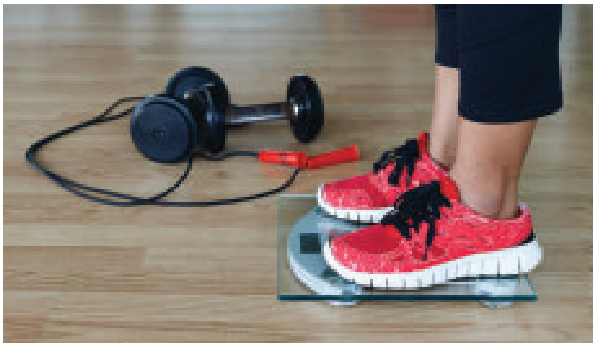
Tema 4

Noção de Estatística

4.1 Introdução à Estatística

A Estatística é um ramo da Matemática que tem por objectivo recolher, organizar e analisar dados. Os dados podem ser de natureza quantitativa (que se podem obter por medição ou contagem) ou de natureza qualitativa (que não se podem obter por medição ou contagem).

Os dados podem ser apresentados por tabelas de frequência ou em gráficos. A análise dos dados permite fazer previsões e tomar decisões.



Recolha e organização de dados

Toma como exemplo o seguinte:

Numa aula de educação física, o professor mandou pesar na balança 27 alunos que constituem a sua turma, tendo obtido os seguintes pesos:

21, 41, 61, 31, 21, 21, 61, 51, 41, 41, 21, 31, 41, 51, 31, 21, 61, 31, 41, 51, 31, 61, 51, 31, 21, 31, 61.

Os 27 alunos constituem a **população**.

A partir deste dados podemos determinar com facilidade o número de alunos com peso de 21 Kg?

De acordo com os dados apresentados não é fácil respondermos a este pergunta.

Por isso, vamos organizar estes dados: 21, 21, 21, 21, 21, 21, 31, 31, 31, 31, 31, 31, 31, 41, 41, 41, 41, 41, 51, 51, 51, 51, 61, 61, 61, 61, 61.

Esta organização chama-se **rol**.

Noção de frequência. Tabelas de frequências

Tendo a informação de quantos alunos existem para cada peso, é possivel determinarmos as suas frequências: **absoluta** e **relativa**.

Frequência absoluta: é o número de vezes que o valor aparece na lista de dados. Representa-se por **f**.

Frequência relativa: é o quociente entre a frequência absoluta e o número total de dados n. Representa-se por **fr**.

$$\text{Frequência relativa} = \frac{\text{Frequência absoluta}}{\text{Número de elementos}}$$

$$fr = \frac{f}{n}$$

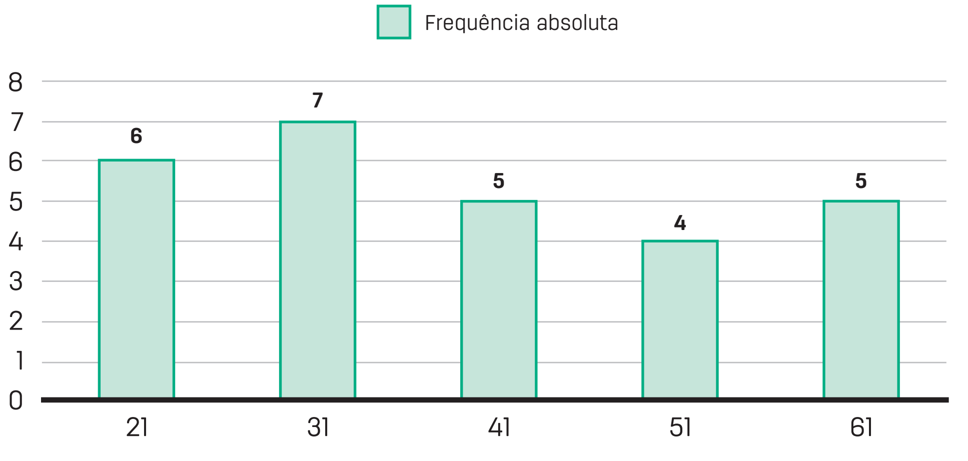
Idades	Frequências absolutas	Frequências relativas	Percentagens %
21	6	$\frac{6}{27} = 0{,}222$	22,2
31	7	$\frac{7}{27} = 0{,}259$	25,9
41	5	$\frac{5}{27} = 0{,}185$	18,5
51	4	$\frac{4}{27} = 0{,}15$	15
61	5	$\frac{5}{27} = 0{,}185$	18,5
Total	27	1	100

Nota: A soma das frequências relativas é sempre igual a 1.

Gráficos

Gráficos de barras

Os gráficos de barras são uma forma de apresentar dados. Devem ter sempre um título e a altura de cada barra deve ser proporcional à frequência absoluta do dado que lhe corresponde. As barras devem ter a mesma largura e podem ser horizontais ou verticais.



Numa prova de Matemática, registaram-se as seguintes notas: 10, 11, 12, 10, 10, 13, 11, 14, 14, 12, 11, 10, 15, 15, 13, 13, 12, 14, 15.

- Organiza os dados num rol.
- Constrói a tabela de frequências absolutas e relativas.
- Constrói o gráfico de barras.

4.2 Medidas de tendência central

Na 5.ª classe, aprendeste algumas noções elementares de estatística. Já sabes organizar os dados numa tabela de frequências e também apresentar os resultados no gráfico de barras. Agora vais estudar a moda, a média e a mediana.

Média aritmética

A Jamira teve as seguintes notas em Língua Portuguesa: 14, 13, 11, 15, 10, 16, 12, 15.

A professora deve dar a nota média para decidir a sua passagem. A nota média da Jamira em Língua Portuguesa é dada por:

$$\frac{14 + 13 + 11 + 15 + 10 + 16 + 12 + 15}{8} = \frac{106}{8} = 13{,}25$$

A **média aritmética** (x) é o quociente entre a soma do total dos valores e o seu número

$$\overline{X} = \frac{\overline{X}_1 + \overline{X}_2 + \ldots \overline{X}_n}{n}$$

Por vezes, os valores repetem-se, por exemplo. As notas da Laura em Matemática foram as seguintes: 15, 14, 14, 16, 13, 17, 14, 15

Para calcular a média, podes simplificar os cálculos:

$$\frac{2 \times 15 + 3 \times 14 + 16 + 17 + 13}{8} = \frac{118}{8} = 14{,}75 \text{ ou } 14{,}8$$

O número de vezes que o valor se repete é designado por **peso** ou **coeficiente** de **ponderação**, daí o nome de **média ponderada** ou **média pesada**.

Moda

A Cátia estava a brincar perto de casa. De repente, começou a observar uma rua próxima, com muito movimento e decidiu começar a contar as marcas das viaturas que passavam nessa rua. Como havia muitas marcas, conseguiu reter só as seguintes: Mazda, Hyundai, Toyota, Mercedes e Volkswagen.

Escrevia-as numa folha de cada vez que elas apareciam: Mazda, Hyundai, Toyota, Toyota, Hyundai, Mercedes, Volkswagen, Toyota, Mercedes, Toyota, Toyota, Toyota, Hyundai, Mercedes, Volkswagen, Mazda, Toyota, Toyota, Hyundai, Hyundai, Mercedes, Mazda, Toyota, Toyota, Hyundai, Toyota, Mazda, Toyota, Hyundai, Toyota e Mazda.

Ela quer saber qual é a marca da viatura que passou mais na rua. Organizou a contagem do seguinte modo:

Marca	Número de vezes que ela passou na rua
Mazda	
Hyundai	7
Toyota	13
Mercedes	
Volkswagen	

Agora a Cátia pode facilmente dizer que a marca Toyota é a marca da viatura que passou mais na estrada neste dia e naquele momento. A viatura Toyota é a viatura que passou mais vezes. A Toyota é a moda das marcas de viaturas que foram contadas pela Cátia.

A **moda** (**Mo**) é o acontecimento que, numa distribuição, se repete o maior número de vezes.

Mediana

Numa turma de 25 alunos, obtiveram-se as seguintes notas em Língua Francesa.

Não há lugares para os valores intermédios e as únicas classificações possíveis são 1, 2, 3, 4 e 5.

2, 1, 1, 3, 4, 5, 2, 1, 5, 4, 4, 1, 1, 3, 4, 5, 5, 1, 4, 5, 5, 2, 3, 3, 2

Para calcular a mediana, devemos ordenar os dados.

1, 1, 1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 5, 5, 5

A **mediana** (**Md**) é o valor que ocupa a posição central num conjunto de valores dispostos por ordem crescente ou decrescente.

Se o número de dados for par, não há valores centrais. Neste caso, a mediana é a média dos dois valores centrais.

Exemplo: 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 3, 4, 4, 4, 5, 5, 5

Neste caso, a mediana: $\frac{2+3}{2} = 2,5$

Exercícios

1. Numa campanha de vacinação contra a poliomielite, foram vacinadas crianças num bairro da capital, Luanda, com a idade seguinte:

2, 3, 2, 1, 2, 3, 4, 3, 1, 1, 2, 3, 4, 4, 3, 2, 3, 3, 1, 2, 5, 1

a) Calcula a idade média das crianças que foram vacinadas.

b) Indica a moda.

c) Calcula a mediana.

2. O serviço meteorológico registou as seguintes temperaturas numa semana:

26°, 27°, 28°, 29°, 25°, 29°.

Determina a média, a moda e a mediana das temperaturas registadas.

3. Para fazer as batas dos alunos duma turma da 6.ª classe, mediu-se a altura de alguns alunos e registou-se as seguintes em centímetros:

137, 138, 140, 140, 145, 120, 145, 141, 139, 151, 135, 154

a) Calcula a média aritmética das alturas destes alunos.

b) Qual é o valor que mais se afasta da média?

c) Determina a mediana.

d) Com os teus colegas de turma, procura saber qual é a altura média dos alunos da tua turma.

e) Faz um gráfico de barras para representar as alturas dos alunos da tua turma.